



Joana Maria de Oliveira Figueiredo

Licenciada em Ciências de Engenharia

Análise Probabilística de Robustez de Estruturas de Madeira

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre
em Engenharia Civil - Perfil Estruturas

Orientador: Prof. Doutor Luís Armando Canhoto Neves, FCT-UNL

Júri:

Presidente: Prof. Doutor João Rocha de Almeida

Arguente: Prof. Doutor João Burguete Cardoso

Vogal: Prof. Doutor Luís Armando Canhoto Neves



FACULDADE DE
CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA

Dezembro 2011



Joana Maria de Oliveira Figueiredo

Licenciada em Ciências de Engenharia

Análise Probabilística de Robustez de Estruturas de Madeira

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre
em Engenharia Civil - Perfil Estruturas

Orientador: Prof. Doutor Luís Armando Canhoto Neves, FCT-UNL



FACULDADE DE
CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA

Dezembro 2011

Aos meus pais.

“*Copyright*” Joana Maria de Oliveira Figueiredo, FCT/UNL e UNL

A Faculdade de Ciências e Tecnologia e a Universidade Nova de Lisboa têm o direito, perpétuo e sem limites geográficos, de arquivar e publicar esta dissertação através de exemplares impressos reproduzidos em papel ou de forma digital, ou por qualquer outro meio conhecido ou que venha a ser inventado, e de a divulgar através de repositórios científicos e de admitir a sua cópia e distribuição com objectivos educacionais ou de investigação, não comerciais, desde que seja dado crédito ao autor e editor.

Agradecimentos

A realização deste trabalho, que concluí a minha formação académica, contou com a colaboração de algumas pessoas que, directa ou indirectamente, tornaram possível a sua concretização. Assim, começo por exprimir o meu agradecimento e reconhecimento aos autores que contribuíram com maior relevância.

Em primeiro lugar, ao Prof. Doutor Luís Neves, orientador da dissertação, sem o qual este trabalho nunca teria sido possível, dado que foi o seu conhecimento e experiência que fomentou o meu interesse pelos temas abordados. Bem como pelo tempo que despendeu com as minhas dúvidas e, sobretudo, o apoio e orientação constante ao longo de todo o trabalho.

Aos membros do júri pelo tempo que dedicaram a analisar o meu trabalho e pelos seus conselhos, que permitiram aprimorar um pouco mais o trabalho desenvolvido.

Finalmente, a todos os meus amigos, pela sincera amizade, pela compreensão em todos os momentos e pelo estímulo ao longo de todo o trabalho e, ainda, à minha família, em particular aos meus pais, por todo o carinho e apoio que recebi.

Um muito obrigada a todos.

Resumo

O presente trabalho visa a criação de um programa de cálculo que permita estudar, numa perspectiva probabilística, a segurança de sistemas estruturais para madres de cobertura em madeira, com particular incidência sobre a análise da robustez, de forma a avaliar o impacto na segurança estrutural de defeitos ou acções inesperadas. Deste modo, o programa inclui modelos de análise estrutural, assentes na teoria da fiabilidade, combinados com o método de elementos finitos, capazes de simular o comportamento de madres bidimensionais.

Para demonstrar as potencialidades e a adequação do programa desenvolvido, analisou-se a robustez de dois modelos de madres de madeira, com tipologia regular, dimensionadas de acordo com o método dos coeficientes parciais descrito no Eurocódigo 5, especificamente para o desenvolvimento deste trabalho.

Para o estudo da robustez considerou-se a ocorrência de três situações acidentais, sendo estas simuladas pela remoção, intencional, de apoios. A robustez dos referidos modelos estruturais foi, então, avaliada através da comparação entre os índices de fiabilidade dos modelos intactos e destes considerando as diferentes situações acidentais. Desta forma, foi possível determinar quais as situações acidentais que provocam maior redução da segurança global da estrutura, assim, como os sistemas estruturais mais susceptíveis a erros. Para a obtenção dos vários índices de fiabilidade recorreu-se ao método de simulação de Monte Carlo, também inserido no programa desenvolvido.

Fez-se ainda uma análise de risco para os dois modelos estruturais, tendo em conta as consequências associadas aos referidos defeitos, sendo que neste estudo a consequência se traduz no comprimento da fracção de madre colapsada.

Palavras-chave: Análise Probabilística, Fiabilidade, Método de Monte Carlo, Robustez e Vigas de Madeira.

Abstract

Probabilistic Robustness Analysis of Wood Structures

The present work aims to create a program that allows to study the safety of structural systems for timber purlins coverage, with particular focus on the analysis of robustness in order to evaluate the impact of the defects on the structural or unexpected actions security. The program includes models of structural analysis, based on the theory of reliability, combined with finite element method to simulate the behavior of bidimensional beams.

To demonstrate the potential and the adequation of the developed program, is analyzed the robustness of two models of wood beams with regular typology, specifically designed for this work according to the partial coefficients method described in Eurocode 5.

For the study of robustness, three accidental situations were considered, which are simulated by the intentional removal of supports. The structural robustness of these models was analyzed by comparing the reliability index of intact models with models considering the accidental situations. It was possible to determine which accidental situations cause further reduction of the global security structure, as well as which systems are more susceptible to structural errors. To calculate the reliability index was made of the method of Monte Carlo simulation that was also included in the program developed.

A risk analysis for the two structural models was also done, taking into consideration the consequences associated to these defects, which were reflected in the length of the fraction of purlin collapsed.

Keywords: Probabilistic Analysis, Reability, Monte Carlo Method, Robustness and Wood Beams.

Conteúdo

Conteúdo	vii
Lista de Figuras	xi
Lista de Quadros	xiii
1 Introdução	1
1.1 Motivação e enquadramento	1
1.2 Objectivos	1
1.3 Estruturação da dissertação	2
1.4 Notações	4
2 Análise da Segurança Estrutural	5
2.1 Enquadramento	7
2.2 Breve abordagem aos métodos de análise de segurança estrutural	7
2.3 Incertezas na análise estrutural	9
2.4 Conceito de estado limite	10
2.5 Análise probabilística da segurança	13
2.5.1 Considerações iniciais	13
2.5.2 Princípios básicos de fiabilidade	15
2.5.3 Formulação do índice de fiabilidade	16
2.5.4 Fiabilidade de sistemas de estruturas	20
2.5.5 Método de simulação de Monte Carlo	22
2.5.6 Método de transformação de Cholesky	24
2.6 Análise semi-probabilística de segurança	26
2.6.1 Considerações iniciais	26

2.6.2	Caracterização das acções com base no Eurocódigo 1	26
2.6.3	Caracterização das resistências com base no Eurocódigo 1	27
2.7	Robustez	28
2.7.1	Considerações gerais	28
2.7.2	Critérios de dimensionamento	29
2.7.3	Quantificação da robustez	30
2.7.4	Análise e decisão da robustez	31
3	Características da Madeira Estrutural	35
3.1	Enquadramento	36
3.2	Descrição geral da madeira	36
3.3	Defeitos das peças estruturais de madeira	38
3.4	Propriedades da madeira	39
3.4.1	Considerações iniciais	39
3.4.2	Propriedades físicas	40
3.4.3	Propriedades mecânicas	41
3.5	Classificação da madeira	42
3.6	Produtos estruturais derivados de madeira	43
3.6.1	Considerações gerais	43
3.6.2	Elementos estruturais em madeira lamelada colada	44
3.6.3	Normas aplicáveis a lamelados colados	45
4	Método dos Elementos Finitos	47
4.1	Enquadramento	48
4.2	Definição do modelo discretizado utilizado	49
4.3	Caso particular: Viga bidimensional com rigidez à flexão	50
4.3.1	Considerações iniciais	50
4.3.2	Matriz de rigidez do elemento de viga	51
4.3.3	Montagem da matriz de rigidez global	54
4.3.4	Introdução das condições de apoio	56
4.4	Faseamento da análise estrutural	57
5	Descrição de um Exemplo de Aplicação ao Programa Desenvolvido	59
5.1	Enquadramento	61
5.2	Exposição do problema	61
5.3	Modelação estrutural do problema	62
5.4	Dimensionamento da madre de acordo com Eurocódigo 5	63
5.5	Avaliação do problema mediante análise probabilística	68
5.5.1	Considerações gerais para aplicação do programa desenvolvido	68
5.5.2	Rediscretização do modelo estrutural	68

5.5.3	Identificação das variáveis aleatórias do problema	69
5.5.4	Caracterização das acções e resistência intervenientes	70
5.5.5	Avaliação da segurança estrutural	72
6	Análise do Colapso Progressivo Aplicado ao Problema do Capítulo 5	77
6.1	Enquadramento	78
6.2	Análise da madre abordada no Capítulo 5	79
6.2.1	Considerações iniciais	79
6.2.2	Avaliação da segurança da madre ao colapso	81
6.2.3	Análise da progressão do colapso do modelo contínuo	82
6.2.4	Análise do risco	83
6.3	Implementação computacional	88
6.4	Resultados e análise de resultados	91
7	Conclusões e Sugestões para Desenvolvimentos Futuros	97
	Bibliografia	101
A	Modelação da Acção da Neve de acordo com o Eurocódigo 1	105
B	Funções de Distribuição de Probabilidade	109
B.1	Distribuição Normal, $N \sim (\mu, \sigma)$	109
B.2	Distribuição Lognormal, $LN \sim (\lambda, \xi)$	109
B.3	Distribuição Gamma, $GM \sim (a, b)$	110
C	Modo de Utilização do Programa	111

Lista de Figuras

2.1	Forma geral de uma função de distribuição de probabilidade absoluta.	14
2.2	Zona de falha resultante da sobreposição das funções de densidade das variáveis.	16
2.3	Representação tridimensional da função estado limite (adaptado de Henriques, 1998).	18
2.4	Representação do índice de fiabilidade, β (adaptado de Faber, 2007).	19
2.5	Sistema em série (Henriques, 1998).	21
2.6	Sistemas em paralelo (Henriques, 1998).	21
2.7	Sistemas mistos (Henriques, 1998).	22
2.8	Aplicação do método de Cholesky a duas funções de distribuição Normal.	25
2.9	Representação tridimensional da aplicação do método de Cholesky.	25
2.10	Pista de ciclismo Siemens Arena (Dinamarca), em Janeiro de 2003.	28
2.11	Árvore de eventos para a quantificação da robustez (adaptado de Baker <i>et al.</i> , 2008).	31
3.1	Esquema ilustrativo da constituição do tronco de uma árvore (Franco, 2008).	37
3.2	Relação tensão-deformação da madeira para a situação de (a) tracção e (b) compressão.	41
3.3	Esquema ilustrativo da uma madeira lamelada colada (adaptado de Porteous <i>et al.</i> , 2007).	44
4.1	(a) Estrutura-tipo do presente trabalho e (b) Modelo ilustrativo da correspondente estrutura e indicação do modelo discretizado da viga contínua.	50
4.2	Representação do modelo estrutural da viga contínua e particularização do elemento de viga (1).	52
4.3	Modelo do elemento de viga (1) com indicação das quatro componentes de forças e de deslocamentos.	52
4.4	Significado físico dos coeficientes k_{i1} da matriz de rigidez do elemento de viga.	53

Lista de Figuras

4.5	Significado físico dos restantes coeficientes da matriz de rigidez do elemento de viga.	53
4.6	Modelo estrutural da viga contínua ilustrada na Figura 4.1(b) e enumeração dos graus de liberdade.	54
5.1	Esquema ilustrativo da estrutura adoptada neste trabalho.	62
5.2	Modelos estruturais para as situações: (a) madre contínua (b) madre simplesmente apoiada.	63
5.3	Rediscretização da madre para as situações (a) contínua e (b) simplesmente apoiada.	69
5.4	Processo de obtenção do parâmetro b numa distribuição Gamma, sabendo o valor característico s_k e o parâmetro a	71
6.1	Modelos da madre para as situações (a) contínua e (b) simplesmente apoiada. . .	79
6.2	Ilustração das três hipóteses de correlação admitidas para a propriedade mecânica do problema.	80
6.3	Situações acidentais consideradas.	82
6.4	Secções críticas do modelo que representa a madre contínua sujeita à hipótese de falha 1.	84
6.5	Árvore de eventos para a situação de inexistência de correlação entre propriedades das secções.	86
6.6	Árvore de eventos para a situação de correlação perfeita entre propriedades das secções.	88
6.7	Fluxograma do programa desenvolvido.	91
A.1	Combinações dos coeficientes de forma a considerar (CEN, 2003a).	106
A.2	Valor Z , para a Península Ibérica (adaptado CEN, 2003a).	108
C.1	Janela de comandos do MATLAB.	111

Lista de Quadros

2.1	Definição de classes de consequências (CEN, 2001).	12
2.2	Valores mínimos recomendados para o índice de fiabilidade, β , para ELU (adaptado de CEN, 2001).	20
2.3	Valores mínimos para o índice de fiabilidade, β , para ELU, num período de referência de um ano (adaptado de JCSS, 2000).	20
2.4	Classes de duração das acções (CEN, 2003b).	27
3.1	Propriedades mecânicas do lamelado colado homogéneo 24h (adaptado de Branco, 2006).	45
4.1	Dimensões das submatrizes presentes no sistema de equações (4.6) (adaptado de Azevedo, 2003).	56
5.1	Quantificação admitida para as acções permanentes.	64
5.2	Quantificação admitida para a acção variável.	65
5.3	Descrição das acções consideradas no problema.	65
5.4	Valores do factor de modificação da resistência, k_{mod} , para lamelados colados (adoptado de CEN, 2003b).	67
5.5	Dimensões da madre escolhidas para a verificação da segurança, utilizadas posteriormente numa análise probabilística.	67
5.6	Escolha dos tipos de distribuições de probabilidade utilizadas e respectivas médias e desvios padrão.	71
5.7	Verificação da segurança obtida pelo programa para os dois modelos estruturais.	74
5.8	Valores mínimos recomendados para o índice de fiabilidade, β , para ELU (adaptado de CEN, 2001).	74

Lista de Quadros

6.1	Resultados da análise probabilística do modelo contínuo para as três hipóteses de correlação e as três hipóteses de falha.	92
6.2	Resultados da análise probabilística relativos ao modelo simplesmente apoiado. .	92
6.3	Resultados da análise probabilística relativos ao modelo contínuo.	94
6.4	Resultados da análise probabilística relativos ao modelo simplesmente apoiado. .	95
A.1	Coefficientes de forma da acção de neve (CEN, 2003a).	106
A.2	Valores recomendados de C_e para diferentes topografias.	107

Capítulo 1

Introdução

1.1 Motivação e enquadramento

Nos últimos anos tem vindo a manifestar-se uma crescente consciencialização da sociedade em questões ambientais e, em particular, com a sustentabilidade do património. Neste aspecto, a madeira como material estrutural apresenta enormes vantagens sobre outros materiais. Além de ser um material natural, é completamente renovável e bastante durável, podendo sobreviver muitos anos caso não seja submetida, frequentemente, a grandes variações de humidade. Outra das suas vantagens prende-se com a reduzida energia despendida durante o seu processo de produção.

No entanto, devido ao conjunto de acidentes verificados recentemente e à competição de outros materiais mais inovadores, surge uma percepção generalizada de que a madeira é um material com um elevado índice de falência em serviço. Para reverter esta situação, este trabalho surge, então, como um pequeno contributo, no sentido de promover a madeira enquanto material estrutural.

Este trabalho encontra-se inserido no projecto de investigação COST E55 (Memorandum of Understanding), tendo em vista a análise da segurança de dois sistemas estruturais de madres de madeira, em termos de robustez. Com efeito, a análise de robustez incide na avaliação das consequências associadas a uma dada falha, em termos de probabilidade de ocorrência da mesma. Assim sendo, a verificação de segurança foi realizada mediante a aplicação do método de simulação do tipo Monte Carlo, assente em técnicas probabilísticas.

1.2 Objectivos

Neste contexto, procurou-se desenvolver um estudo de madres de madeira lamelada colada que permita contribuir para um melhoramento dos modelos de verificação da segurança deste tipo de estrutura.

A principal questão do trabalho prende-se com a utilização de métodos de fiabilidade na avaliação da segurança estrutural de madres de madeira, com particular destaque para possíveis situações acidentais. Para tal, procurou-se conceber um programa que conjugue métodos de fiabilidade com método probabilístico de elementos finitos, permitindo, assim, analisar a progressão do colapso de cada situação acidental. Deste modo, é possível determinar quais as situações acidentais mais susceptíveis à redução da segurança global das madres. Para o cálculo da probabilidade de falha e dos custos associados a cada situação acidental recorreu-se ao método de simulação de Monte Carlo.

Esta análise atende, também, à variabilidade dos diversos parâmetros que influenciam o comportamento deste tipo de estrutura, assim como as acções aplicadas. Esta variabilidade encontra-se distribuída ao longo da estrutura, sendo, por isso, modelada através de um campo aleatório. O programa desenvolvido limita-se a estruturas bidimensionais com comportamento linear, com algumas simplificações que serão debitadas mais adiante neste texto.

Outro tema que se procurou abranger neste trabalho foi a avaliação de duas soluções construtivas para madres de cobertura, utilizando, uma vez mais, o programa desenvolvido.

1.3 Estruturação da dissertação

Dada a complexidade de objectivos delineados anteriormente tornou-se necessário organizar o trabalho em sete capítulos diferentes, fazendo-se de seguida uma descrição sumária de cada um dos capítulos.

Capítulo 1

Identifica-se a pertinência do estudo, os objectivos, a estrutura da dissertação e faz-se, ainda, uma referência às notações utilizadas neste texto.

Capítulo 2

Inicia-se o capítulo com uma abordagem geral dos principais métodos de análise de segurança estrutural, com particular ênfase para os métodos semi-probabilístico e probabilístico, e clarificam-se as incertezas e riscos associados a cada método. São referidos conceitos probabilísticos que se julgam relevantes para a aplicação da abordagem probabilística. Descreve-se, ainda, o significado de índice de fiabilidade e a técnica de simulação baseada no método de Monte Carlo, realçando as suas principais vantagens e desvantagens.

Conclui-se este capítulo com a introdução da teoria da robustez, do seu objectivo e quantificação. É, ainda, abordada a teoria da decisão de modo a fornecer linhas de orientação num processo de análise de uma estrutura do ponto de vista da robustez.

Capítulo 3

Apresenta-se primeiramente uma descrição geral das características da madeira, nomeadamente a estrutura interna, as propriedades estruturais, assim como as relações de interdependência dessas propriedades com as acções e, ainda, os defeitos da mesma. Este capítulo termina com uma análise das vantagens e limitações da utilização da madeira lamelada colada como elemento estrutural, bem como as normas a que estão sujeitas.

Capítulo 4

Faz-se referência ao conceito de discretização, à formulação básica de elementos finitos, e particulariza-se a descrição da metodologia utilizada para a quantificação de esforços, mediante uma análise elástica linear de barras bidimensionais com apenas rigidez à flexão, aplicando o método dos deslocamentos. São introduzidos de forma concisa os aspectos fundamentais relacionados com as simplificações consideradas na descrição da geometria, bem como a consideração das leis fundamentais, nomeadamente o equilíbrio de forças, a compatibilidade de deslocamentos e a compatibilidade do material.

Capítulo 5

Este capítulo apresenta uma análise probabilística da segurança de uma madre com quatro vãos, baseada numa análise elástica linear, que utiliza dois modelos de sistemas estruturais: barras contínuas e barras simplesmente apoiadas. As principais acções a que a madre está sujeita, com especial destaque para a acção da neve, o peso próprio dos elementos estruturais de madeira e outros inerentes à cobertura, são modelados segundo o código modelo do JCSS (2000). A propriedade de estudo da madeira lamelada colada, que se traduz na tensão resistente à flexão é analisada de modo semelhante. Esta abordagem permitiu, assim, incluir as várias incertezas ditadas no capítulo 2 segundo variáveis aleatórias básicas do problema.

Para a análise do comportamento estrutural utilizou-se o programa desenvolvido, o qual integra o método dos elementos finitos, com as particularidades descritas no capítulo anterior, com o método de simulação de Monte Carlo. Assim, o programa permite analisar o comportamento estrutural considerando, não só as verificações de segurança pretendidas, como a importância do tipo de ligações consideradas. Este método de simulação tem sido muito usado nos últimos anos, em concordância com o aumento da acessibilidade a computadores cada vez mais potentes.

Todos os comentários que se julgam oportunos em cada fase de resultados são, também, apresentados.

Capítulo 6

Este capítulo incide na avaliação do colapso progressivo dos dois modelos estruturais utilizados no capítulo antecedente, numa perspectiva probabilística, aquando da existência de imperfeições ou falhas localizadas, sendo estes modelados por remoção de apoios estruturais da madre. Faz-se ainda uma avaliação da robustez destes modelos estruturais do ponto de vista de risco, através dos conceitos de probabilidade de falha e do custo associado descritos neste trabalho. Todo o tratamento de dados é realizado, uma vez mais, com o auxílio do programa desenvolvido.

Dado que a madre a analisar corresponde à descrita no Capítulo 5, as decisões sobre o valor das acções permanentes e variável prevalecem, no entanto o valor da propriedade resistente intrínseca a este problema foi ajustado a situações acidentais. Apresenta-se, ainda, o procedimento usado para implementar o modelo de análise da madre num modelo de elementos finitos.

Capítulo 7

Por fim, neste capítulo apresentam-se sumariamente as conclusões mais importantes revistas no trabalho e indicam-se algumas propostas para desenvolvimentos futuros. O trabalho termina com as referências bibliográficas e os anexos, em particular o Anexo A, que descrimina os pretextos das decisões tomadas no procedimento de cálculo da acção variável do problema deste trabalho, e o Anexo C que expõe o modo de utilização do programa desenvolvido.

1.4 Notações

Dada a variedade de temas que são abordados nesta dissertação, o mesmo símbolo pode ter diferentes significados, deste modo optou-se por definir os símbolos usados em cada capítulo, sendo o seu significado redefinido sempre que lhe seja atribuído diferente sentido. Relativamente às matrizes e aos vectores, estes são identificados por letras maiúsculas dentro de parêntesis rectos e chavetas, respectivamente.

Abreviaturas:

[CEN (2001)] Eurocódigo 0

[CEN (2003a)] Eurocódigo 1

[CEN (2003b)] Eurocódigo 5

Sigla:

[JCSS] Joint Committee on Structural Safety

Capítulo 2

Análise da Segurança Estrutural

Lista de símbolos

Letras maiúsculas latinas

C custo

C_{Dir} custo directo

C_{Ind} custo indirecto

$CoV [X]$ coeficiente de variação da variável aleatória X

D domínio da falha

$E [X]$ valor esperado

I_R índice de robustez

L triângulo de Cholesky

N número de simulações

R resistência

R_d valor de cálculo da resistência

R_k valor característico da resistência

R_{Dir} risco directo

R_{Ind} risco indirecto

S efeito das acções

S_d valor de cálculo da acção

S_k valor característico da acção

V índice de vulnerabilidade

$Var [X]$ variância da variável aleatória X

X vector das variáveis básicas

Z função margem de segurança

Letras minúsculas latinas

c nível de confiança da estimativa da probabilidade de falha

$cor(a_i, a_j)$ coeficiente de correlação entre o valor a_i e o valor a_j

f_R função densidade de probabilidade de R

f_S função densidade de probabilidade de S

$f_{R,S}$ função densidade de probabilidade conjunta

$f_X(x)$ função de distribuição de probabilidade da variável aleatória X

$g(\cdot)$ função de estado limite

k_h factor de forma

k_{mod} factor de modificação da resistência

n_f número de falhas

$p(E)$ probabilidade de exposição a uma dada ocorrência

$p(D)$ probabilidade de danos relativos a uma dada ocorrência

p_f probabilidade de falha

$p_{f,i}$ probabilidade de falha de um elemento i

$p_{f,sist}$ probabilidade de falha de um sistema estrutural

r_d resistência da estrutura danificada

r_0 resistência da estrutura intacta

Letras gregas maiúsculas

$\Phi(\cdot)$ função de distribuição da lei Normal reduzida

Letras gregas minúsculas

β índice de fiabilidade

β_i índice de fiabilidade do sistema estrutural intacto

β_d índice de fiabilidade do sistema estrutural danificado

β_r índice de fiabilidade do sistema desprovido de robustez

γ_R coeficiente parcial de segurança associado às resistências

γ_S coeficiente parcial de segurança associado às acções

μ_X média da variável aleatória X

ρ consequências de falha

σ_X desvio padrão da variável aleatória X

2.1 Enquadramento

A avaliação da segurança de estruturas tem vindo a evoluir ao longo dos tempos iniciando-se com as formulações empíricas, onde muitas das decisões dependiam da experiência pessoal, da intuição e do juízo crítico, até às variadas aplicações de métodos de fiabilidade estrutural, com a finalidade de tornar a avaliação estrutural mais rigorosa e consistente.

Todo o processo de execução de uma estrutura contempla um grande conjunto de factores, os quais não são possíveis conhecer na totalidade, podendo apenas ser especulados. Esta incapacidade gera, assim, incertezas no estudo da segurança estrutural, onde os valores considerados como determinísticos ou de cálculo surgem como valores não determinísticos.

Associada a esta noção de insuficiência surgem critérios de segurança com princípios probabilísticos, onde se pondera a variabilidade dos factores intervenientes no problema (variáveis não determinísticas) mediante a utilização de distribuição de probabilidade. A segurança é, então, analisada com base no conceito de probabilidade de falha para os eventuais estados limites, ou seja, a probabilidade da estrutura não apresentar um comportamento satisfatório.

Neste contexto, passa a existir o conceito de fiabilidade estrutural, que define a capacidade de uma estrutura para exercer os requisitos especificados para a qual foi concebida, durante a sua vida útil. De acordo com a actual regulamentação, entende-se por vida útil de uma estrutura, o período de tempo aceitável para a utilização da referida estrutura, de acordo com os fins estabelecidos pelo projectista, sem existir necessidade de trabalhos que não sejam os de manutenção.

Dado que este trabalho trata de avaliação da segurança baseada em modelos de análise linear elástica através de uma abordagem probabilística, optou-se por uma descrição detalhada de certos conceitos e técnicas probabilísticas, de forma a facilitar a compreensão deste assunto.

Finalmente, refira-se que o presente trabalho visa a análise da segurança de um sistema estrutural, ou seja, de um conjunto de elementos interligados, julgando-se por isso oportuno a realização, também, de um estudo da robustez do sistema estrutural, através do conceito de fiabilidade estrutural.

2.2 Breve abordagem aos métodos de análise de segurança estrutural

De acordo com os pressupostos anteriormente descritos, na avaliação da segurança de uma estrutura existem inúmeras incertezas associadas às variáveis que intervêm na caracterização das acções e das resistências, sendo que muitas destas não são conhecidas na sua totalidade. Os métodos de verificação da segurança visam, então, estimar um valor para essas variáveis tão próximo do real quanto possível.

As incertezas associadas às variáveis intervenientes e a forma como elas condicionam o comportamento da estrutura são cruciais para a determinação da probabilidade de falha. Dependendo do método escolhido para o estudo da análise de segurança, as variáveis são abordadas de diferentes formas, podendo ir desde uma análise puramente determinística a uma análise puramente probabilística, contudo os métodos que apresentam maior relevância para a actual engenharia são os métodos semi-probabilístico e probabilístico.

Os métodos de análise de segurança estrutural podem dividir-se, então, em quatro níveis (Cruz e Neves, 2001):

- Nível 0

Corresponde a análises puramente determinísticas na qual as variáveis obedecem a valores estritamente determinísticos, sendo as incertezas ponderadas no cálculo através de um coeficiente de segurança global. Desta forma, o coeficiente visa representar simultaneamente a variabilidade das acções e das resistências, tornando, por isso, o método um pouco desajustado. Usualmente, este coeficiente global é estimado através de experiências passadas ou da intuição do engenheiro face ao problema em causa;

- Nível 1

Diz respeito a métodos titulados de semi-probabilísticos. A variabilidade das acções e das resistências é contabilizada por meio de valores representativos (nominais ou característicos) afectados por coeficientes parciais de segurança. Os valores característicos são definidos a partir de estudo estatístico da distribuição das variáveis básicas (normalmente, valores médios e desvios padrão);

- Nível 2

Refere-se aos métodos probabilísticos que caracterizam as variáveis básicas que intervêm no processo, através de medidas estatísticas, as quais descrevem a tendência central (geralmente os valores médios) e a sua dispersão (e.g. variância), sendo a relação entre as variáveis medidas pela covariância. No cálculo da probabilidade de falha recorre-se a hipóteses simplificadas, nomeadamente na definição de uma função estado limite. Nestes métodos, a medida de segurança empregue designa-se por índice de fiabilidade, que está directamente relacionado com a probabilidade de falha;

- Nível 3

Corresponde a métodos puramente probabilísticos baseados em técnicas que têm em conta a distribuição conjunta de todas as variáveis básicas. As variáveis aleatórias resultam de distribuições estatísticas conhecidas através da observação. A aplicação deste método torna-se de difícil implementação devido à complexa informação e à necessi-

dade de recorrer a métodos computacionais pesados. Desta forma, este método torna-se viável somente para casos muito simples, limitando, assim, a sua aplicação.

Descrição geral dos métodos utilizados

Método semi-probabilístico

Como dito anteriormente, o método semi-probabilístico é o mais comum na corrente regulamentação internacional, sendo por consequência o método com maior aplicação. É um método com rigor satisfatório e relativamente simples, não exigindo grande recolha de informação. No entanto, a aplicação deste método pode tornar-se complexa, nomeadamente sempre que se estude um comportamento não-linear ou uma estrutura já existente. Nestes casos opta-se por aumentar a margem de segurança, de modo a evitar situações indesejáveis.

Resumidamente, este método majora o valor característico das acções e minora o valor característico das resistências, obtendo um valor de cálculo para as acções e outro para as resistências. A segurança é, então, averiguada pela comparação dos referidos valores de cálculo, sendo que, para um nível de fiabilidade adequado, se o valor de cálculo das resistências superar ou igualar o valor de cálculo das acções a segurança está assegurada.

Método probabilístico

O método probabilístico define que uma estrutura deve resistir com segurança suficiente para cada estado limite - Estado Limite Último e de Utilização - e, ainda, estabelece valores de fiabilidade, tendo em conta as consequências previstas para o seu não cumprimento.

Este tipo de método define as acções e os materiais estruturais mediante variáveis aleatórias. Para tal, consideram-se as distribuições reais das propriedades mecânicas dos materiais, das acções e dos seus efeitos, bem como de todos os parâmetros que se apresentem relevantes. Uma vez determinadas as acções e a resposta correspondente, procede-se então ao cálculo da probabilidade de falha do sistema. O intervalo de valores aceitáveis para a probabilidade de falha depende do tipo de estrutura, bem como das consequências de falha.

2.3 Incertezas na análise estrutural

Como referido anteriormente, devido aos avanços que se têm registado na engenharia, os sistemas estruturais são cada vez mais complexos e com um elevado número de parâmetros envolvidos, não sendo possível conhecer com rigor todos estes parâmetros. Torna-se, por isso, impossível garantir a segurança absoluta de um sistema estrutural. Esta secção visa, assim, esclarecer as principais fontes de incerteza, que intervêm na análise de segurança e que condicionam o cálculo do comportamento das estruturas, de forma a compreender os parâmetros que mais influenciam a probabilidade de falha de uma estrutura.

De uma forma geral, as fontes de incerteza em problemas de engenharia estrutural que têm sido discutidas e estudadas por diversos autores (Henriques (1998) e Faber (2007)), podem ser agrupadas da seguinte forma:

- Incerteza física

Este grupo está associado à impossibilidade de prever a variabilidade e simultaneidade das acções que actuam sobre uma estrutura, assim como a diversificação das propriedades dos materiais, da geometria dos elementos, entre outros. Este tipo de incerteza pode ser estimado através do controlo de qualidade e de bases de dados de dimensões adequadas;

- Incerteza na modelação

Decorre da utilização de modelos com algumas simplificações teóricas, nomeadamente na consideração das acções e dos seus efeitos e, ainda, no comportamento efectivo da estrutura. Este tipo de incerteza pode ser considerado através de uma variável que simula a relação entre a verdadeira resposta e a resposta estimada pelo modelo;

- Incerteza estatística

Este tipo de incerteza deriva da restrição da quantidade de dados disponíveis para as estimativas dos parâmetros que caracterizam os modelos probabilísticos. A incerteza estatística pode ser minimizada obtendo um maior número de informações e utilizando técnicas de inferência estatística como, por exemplo, utilização de funções de distribuição de probabilidade;

Alguns autores acrescentam, ainda, uma quarta fonte de incerteza,

- Incerteza devida a factores humanos

Este tipo de incerteza deve-se ao envolvimento humano nas várias etapas de execução de uma estrutura, desde o processo de documentação, ao dimensionamento, construção e utilização da estrutura. Devido à sua própria natureza, o conhecimento deste tipo de incerteza é limitado sendo, portanto, difícil de quantificar.

2.4 Conceito de estado limite

A segurança estrutural tem em vista, essencialmente, a redução do risco de colapso estrutural, bem como um adequado funcionamento da estrutura ao longo da sua vida útil, com o mínimo custo possível. O conceito de estado limite surge, então, como medida de separação entre as eventuais situações desejáveis e as indesejáveis para as estruturas.

As situações indesejáveis podem resultar numa diminuição da capacidade de cumprimento das funções da estrutura para a qual foi concebida ou, até mesmo, num colapso. Estas situações podem, ainda, resultar de um único acontecimento ou de uma acumulação de danos,

sendo que a causa do referido acontecimento pode ser reversível ou irreversível (Eurocódigo 0). No caso da causa ser reversível, o dano existente na estrutura apenas permanecerá enquanto a causa que o provocou esteja presente e no caso da causa ser irreversível, o dano provocado permanecerá até que a estrutura seja reparada.

Estados limites de acordo com a regulamentação Europeia

Os regulamentos em vigor em Portugal separam os estados limites em dois níveis de exigência:

- Estado Limite de Utilização (ELUt)

Define-se como *o estado que corresponde às condições para além das quais os requisitos de utilizações específicas para uma estrutura, ou parte dela, deixam de ser satisfeitos* (CEN, 2001). Na prática, este estado está associado a danos estruturais que, apenas, reduzem a capacidade de funcionamento ou a durabilidade para a qual a estrutura foi concebida, podendo, ainda, afectar a sua estética. Estes danos não resultam em perdas humanas, mas, de um modo geral, em perdas económicas;

- Estado Limite Último (ELU)

De acordo com o Eurocódigo 0 manifesta *o estado associado ao colapso ou a outras formas semelhantes de ruína estrutural*. Este estado está, assim, associado a possíveis cenários de colapso total ou parcial da estrutura, com perdas humanas ou materiais com grande expressão. O colapso advém, por exemplo, de perda de equilíbrio estático, falha da fundação, falha de elementos estruturais devido a deformações excessivas ou fadiga dos materiais.

Independentemente do método de análise de segurança escolhido, o nível de segurança mínimo aceitável, que traduz o valor máximo admissível da probabilidade de falha para cada estado limite, não deve ser igual para todas as estruturas e em todas as situações. Assim, o nível de segurança depende do fim a que se destina a estrutura, bem como das consequências associadas a um cenário de falha ou do período de vida útil que a mesma apresenta.

Níveis de segurança mínimos aceitáveis

Eurocódigo 0

Segundo os princípios expostos anteriormente, o Eurocódigo 0 quantifica diferentes níveis de segurança para a análise dos Estados Limites Últimos, consoante as consequências em caso de falha, designadamente os custos de uma possível reparação ou, mesmo, de uma reconstrução total ou parcial e os factores político-sociais. Este regulamento sugere, assim, a adopção de três níveis, apelidados por classes de consequências (ver Quadro 2.1), de forma a simplificar a

Capítulo 2. Análise da Segurança Estrutural

escolha do grau de fiabilidade mínimo em função da frequência de utilização e do modo como a estrutura atinge a falha.

Quadro 2.1: Definição de classes de consequências (CEN, 2001).

Classe de consequência	Descrição	Exemplos de edifícios e de obras de engenharia civil
CC3	Consequência elevada em termos de perdas de vidas humanas; ou consequências económicas, sociais ou ambientais muito importantes.	Bancadas, edifícios públicos em que as consequências de colapso são elevadas (por exemplo, uma sala de concertos).
CC2	Consequência média em termos de perdas de vidas humanas; consequências económicas, sociais ou ambientais medianamente importantes.	Edifícios de habitação e de escritórios, edifícios públicos em que as consequências do colapso são médias (por exemplo, um edifício de escritórios).
CC1	Consequência baixa em termos de perdas de vidas humanas; e consequências económicas, sociais ou ambientais pouco importantes ou desprezáveis.	Edifícios agrícolas normalmente não ocupados permanentemente por pessoas (por exemplo, armazéns e estufas).

Código modelo JCSS

Apesar do Eurocódigo permitir a utilização de diferentes níveis de segurança para a análise dos Estados Limites Últimos, consoante o caso em questão, não apresenta qualquer método semi-probabilístico que quantifique estes diferentes níveis de fiabilidade. O código modelo Joint Committee on Structural Safety, JCSS (2000), permite essa utilização definindo os níveis de segurança mínimos, em função das consequências da falha e dos custos associados com o aumento de segurança.

Relativamente às consequências da falha, ρ , estas são determinadas pela relação entre os custos totais, que contemplam os custos da construção somados aos custos de uma eventual falha, e os custos da construção. Deste modo, o código modelo JCSS (2000) define as seguintes classes de consequências:

- Classe 1: Consequências reduzidas ($\rho < 2$)

Apresenta consequências baixas relativamente a perdas humanas e consequências económicas, sociais ou ambientais pouco importantes ou desprezáveis. Esta classe abrange, sobretudo, estruturas de carácter agrícola normalmente não ocupadas permanentemente por pessoas;

- Classe 2: Consequências moderadas ($2 < \rho < 5$)

Está associada a consequências médias ao nível de perdas humanas e consequências económicas, sociais ou ambientais medianamente importantes. Esta classe inclui, essencialmente, edifícios de habitação, escritórios e indústrias em que as consequências do colapso são médias;

- Classe 3: Consequências graves ($\rho > 5$)

Caracteriza-se por consequências elevadas no que toca a perdas humanas e consequências económicas, sociais ou ambientais muito significativas. Dentro desta classe estão compreendidos os hospitais, grandes pontes e salas de espectáculos, nos quais as consequências de colapso são elevadas.

Em situações de estruturas especiais como, por exemplo, barragens ou centrais nucleares, é conveniente realizar previamente um estudo detalhado dos custos/benefícios, visto que uma eventual falha pode traduzir-se em consequências extremas.

Quanto aos custos inerentes ao aumento da segurança, estes estão directamente relacionados com diversos factores como as incertezas incluídas no cálculo das variáveis básicas, nomeadamente, na escolha apropriada do coeficiente de variação, no controlo de qualidade para estruturas construídas de raiz ou, até mesmo, nas inspecções em estruturas já existentes, entre outros factores. Posto isto, o mesmo código modelo estabelece, então, três classes por ordem decrescente de custos: Classe A, Classe B e Classe C. Contudo, a única classe de custo que é definida com maior detalhe corresponde à Classe B, a qual traduz as acções e as resistências com uma variabilidade média - coeficientes de variação compreendidos entre 0,1 e 0,3 - para um período de 50 anos, ficando por quantificar os intervalos a considerar para as restantes classes de custo.

2.5 Análise probabilística da segurança

2.5.1 Considerações iniciais

Os métodos probabilísticos para a avaliação da segurança estrutural incidem essencialmente na estimativa da probabilidade de falha da estrutura, tendo em consideração as reais condições a que a estrutura está sujeita, utilizando para isso técnicas baseadas na teoria da fiabilidade estrutural.

Julga-se, por isso, importante ter presente alguns conceitos de teoria das probabilidades, visto que as acções incidentes e a resistência do material da estrutura são modeladas como variáveis aleatórias, de acordo com as reais distribuições das mesmas. Deste modo, as incertezas enunciadas na Secção 2.3 são então contabilizadas nas variáveis aleatórias por meio de funções de distribuição de probabilidade, cujos parâmetros são determinados de acordo

Capítulo 2. Análise da Segurança Estrutural

com literatura especializada. Posto isto, nas secções subsequentes são apresentados, de uma forma generalizada, alguns dos conceitos probabilísticos da teoria da fiabilidade estrutural.

Caracterização das variáveis aleatórias

Na análise da segurança estrutural, o conjunto de variáveis abrange variáveis determinísticas e aleatórias, podendo estas últimas ser do tipo discreto ou contínuo. No presente trabalho as variáveis aleatórias são apenas do tipo contínuas, na medida em que os parâmetros envolvidos no problema são de natureza contínua, nomeadamente forças e tensões. Estas variáveis aleatórias são definidas por medidas estatísticas, usualmente conhecidas por médias e desvios padrão, e por funções de distribuição, podendo tomar qualquer valor dentro do intervalo em que estão definidas.

Existem dois tipos de funções de distribuição de variáveis aleatórias: as absolutas e as acumuladas. Contudo, neste trabalho utilizou-se somente o primeiro tipo de distribuições de probabilidade, sendo, por isso, a única distribuição descrita nesta secção.

A função de distribuição absoluta pode ser obtida dividindo o eixo das abcissas em vários intervalos infinitesimais, assim, a probabilidade de um dado acontecimento X estar num dado intervalo infinitesimal corresponde à área compreendida pelo referido intervalo, ou seja, à área restringida pelos limites dos eixos x e $x + dx$ das abcissas e pela própria função de distribuição. Traduzindo matematicamente, a distribuição de probabilidade absoluta obtém-se pela seguinte equação:

$$P(x \leq X \leq x + dx) = \int_x^{x+dx} f_X(x) dx \quad (2.1)$$

onde x e $x + dx$ são os pontos que delimitam o intervalo infinitesimal. Dado que a função de distribuição de probabilidade, $f_X(x)$, assume valores iguais ou superiores a zero, então a probabilidade de um dado acontecimento X ocorrer nunca assume valores negativos.

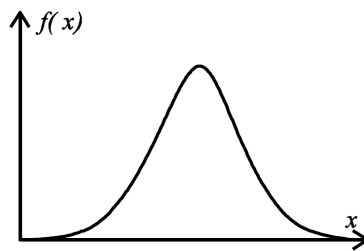


Figura 2.1: Forma geral de uma função de distribuição de probabilidade absoluta.

Outra propriedade deste tipo de função de distribuição de probabilidade é a impossibilidade de tomar valores superiores à unidade, ou seja, a probabilidade de qualquer acontecimento fica restringida a valores entre zero e a unidade, independentemente do intervalo de integração. A Figura 2.1 ilustra, de uma forma genérica, uma distribuição de probabilidade absoluta.

Parâmetros das distribuições de probabilidade

Geralmente as variáveis aleatórias são descritas pela configuração da sua função de distribuição - lei de probabilidade - e pelos seus parâmetros. Os parâmetros mais correntemente utilizados são a média e o desvio padrão. A média de uma dada variável X , μ_X , também conhecida por valor esperado, $E[X]$, descreve a tendência central da distribuição dessa variável, o seu valor é determinado através da seguinte equação:

$$\mu_X = E[X] = \int_{-\infty}^{+\infty} x f_X(x) dx \quad (2.2)$$

Relativamente à variância da mesma variável, $Var[X]$, esta traduz a dispersão em torno da média e é expressa pela seguinte equação:

$$Var[X] = \sigma_X^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \mu_X)^2 f_X(x) dx \quad (2.3)$$

O desvio padrão de uma dada variável aleatória X , σ_X , que corresponde à raiz quadrada positiva da variância, é um parâmetro com bastante interesse uma vez que possibilita a comparação directa desta medida com a variável X , dado que as unidades são compatíveis. Este parâmetro permite, ainda, definir um coeficiente de variação adimensional, de forma a avaliar a dispersão relativa da variável X , denominado de coeficiente de variação, $CoV[X]$, pelo quociente entre o desvio padrão e a média da variável X :

$$CoV[X] = \frac{\sigma_X}{\mu_X} \quad (2.4)$$

Note-se que esta medida estatística assume particular importância no presente trabalho, na medida em que para as acções e as resistências se admitiu que o seu valor é constante e independente do valor médio.

As funções de distribuição de probabilidade utilizadas neste trabalho encontram-se discriminadas no Anexo B.

2.5.2 Princípios básicos de fiabilidade

Existem várias definições possíveis para o termo fiabilidade. A actual regulamentação fornece uma definição que corresponde ao que é aceite em muitos países Europeus, que se lê: *fiabilidade como uma medida da capacidade da estrutura para desempenhar devidamente as funções para as quais foi projectada, ao longo da sua vida útil.*

Essa medida traduz-se na probabilidade de não violação dos estados limites, estando, por isso, intimamente ligada à determinação de probabilidade de falha estrutural ou, equivalentemente, ao índice de fiabilidade estrutural (Caldeira, 2007).

Note-se que, excluindo o caso de colapso por fadiga, o colapso de uma estrutura está, normalmente, associado à ocorrência de um valor extraordinariamente elevado das acções ou ao facto da estrutura apresentar uma resistência anormalmente baixa, situações estas que resultam numa probabilidade de ocorrência baixa. Assim, a fiabilidade obriga, necessariamente, à consideração de incertezas associadas às acções e resistência através de distribuições de probabilidade.

Neste contexto, a noção de fiabilidade traduz-se numa qualidade intrínseca de uma estrutura, devendo esta ser tida em conta não apenas na fase de projecto, mas, também, na fase de construção, armazenamento de materiais e utilização ao longo da vida útil.

A avaliação da fiabilidade estrutural envolve, essencialmente, os seguintes aspectos: identificação dos possíveis cenários de falhas, avaliação das probabilidades de falha associadas a cada um desses cenários, associação de todos os cenários possíveis de falha e, por fim, avaliação da fiabilidade estrutural (Faber, 2007).

2.5.3 Formulação do índice de fiabilidade

A teoria da fiabilidade pode ser expressa no traçado da função densidade de probabilidade que representa as resistências, f_R , e da função densidade de probabilidade que traduz o efeito das acções, f_S . A intercepção destas duas funções é instituída de zona de falha (Caldeira, 2007).

A Figura 2.2 identifica a zona de falha, compreendida pela sobreposição da função de densidade de probabilidade das acções, curva S , e das resistências, curva R .

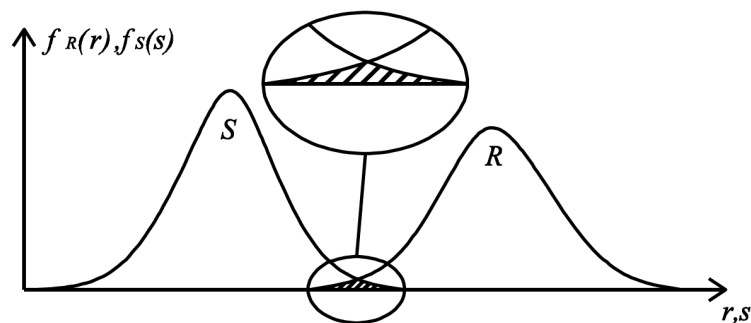


Figura 2.2: Zona de falha resultante da sobreposição das funções de densidade das variáveis.

O traçado destas funções densidade, f_R e f_S , está intimamente ligado aos parâmetros das distribuições de probabilidade descritos anteriormente, ou seja, com a lei de distribuição, a média e o desvio padrão.

Probabilidade de falha

A probabilidade de falha, p_f , resultante da aplicação de um problema básico de fiabilidade estrutural pode ser formulada através da seguinte equação:

$$p_f = p(R \leq S) \quad (2.5)$$

onde R é a variável aleatória que caracteriza as resistências e S é a variável aleatória que traduz o efeito das acções, descritas pelas respectivas funções densidade de probabilidade f_R e f_S , respectivamente.

A diferença entre estas duas variáveis, titulada de margem de segurança, Z , permite quantificar a margem de segurança da estrutura:

$$Z = R - S \quad (2.6)$$

Como é presumível, a falha ocorre sempre que a margem de segurança assume valores inferiores a zero, ou seja, sempre que a resistência do sistema estrutural, R , é menor do que as acções actuantes, S .

Nesta perspectiva, a probabilidade de falha pode ser calculada pelo integral da função densidade de probabilidade conjunta das variáveis aleatórias R e S , $f_{R,S}$, dentro do domínio de falha $D = \{R, S : G(R, S) \leq 0\}$:

$$p_f = p(R \leq S) = \int \int_D f_{R,S}(r, s) dr ds \quad (2.7)$$

Usualmente considera-se que as variáveis aleatórias, R e S , são estatisticamente independentes entre si, assim, a função densidade de probabilidade conjunta exposta na equação (2.7) pode ser substituída pelo produto das respectivas funções de densidade de probabilidade marginais (Henriques, 1998):

$$p_f = p(R \leq S) = \int \int_D f_R(r) f_S(s) dr ds \quad (2.8)$$

A Figura 2.3 pretende representar tridimensionalmente uma situação genérica que envolve as funções densidade f_R e f_S para as variáveis R e S , respectivamente, em conjunto com a função densidade de probabilidade conjunta $f_{R,S}$. A mesma figura mostra, ainda, os conceitos de zona de falha, zona de segurança, função estado limite e função de densidade de probabilidade conjunta das acções e das resistências. Note-se que a função de estado limite, $g = 0$, separa o domínio de segurança do domínio de falha.

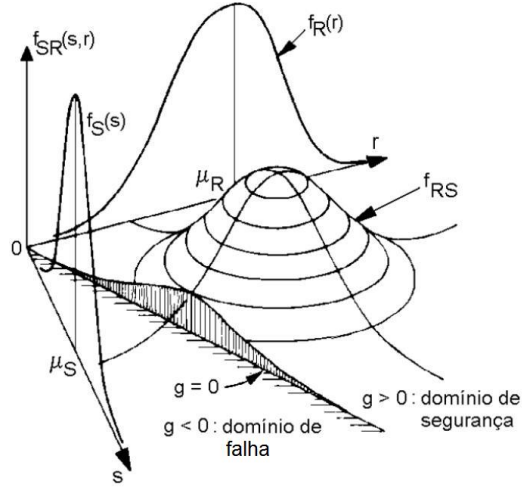


Figura 2.3: Representação tridimensional da função estado limite (adaptado de Henriques, 1998).

Para alguns casos especiais a equação (2.8) pode ser calculada com facilidade sem ter de se resolver o integral. Considere-se, novamente, uma formulação do problema básico da fiabilidade estrutural que envolve apenas a resistência, R , e a acção, S . Admita-se que as variáveis aleatórias R e S são definidas com distribuição Normal e independentes, com média μ_R e μ_S e desvio padrão σ_R e σ_S , respectivamente:

$$R \sim N(\mu_R, \sigma_R) \quad (2.9)$$

$$S \sim N(\mu_S, \sigma_S) \quad (2.10)$$

De acordo com as propriedades probabilísticas de variáveis aleatórias normais e independentes, é possível obter a média e o desvio padrão da margem de segurança:

$$Z \sim N(\mu_R - \mu_S, \sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}) \quad (2.11)$$

Assim sendo, a probabilidade de falha é determinada por:

$$p_f = p(Z \leq 0) = \Phi\left(\frac{0 - \mu_Z}{\sigma_Z}\right) = 1 - \Phi\left(\frac{\mu_Z}{\sigma_Z}\right) \quad (2.12)$$

onde $\Phi(\cdot)$ é a função distribuição da distribuição Normal reduzida.

Índice de fiabilidade

A quantificação da segurança estrutural pode, ainda, ser feita mediante um índice denominado por índice de fiabilidade, β . Este índice pode ser determinado pela inversa da distribuição Normal reduzida (com valor médio nulo e desvio padrão unitário) da probabilidade de falha:

$$\beta = -\Phi^{-1}(p_f) \quad (2.13)$$

ou, ainda, pela inversa da probabilidade de sobrevivência, p_s :

$$\beta = \Phi^{-1}(p_s) \quad (2.14)$$

Quanto maior for o índice de fiabilidade, β , menor será a probabilidade de falha, p_f , ou seja, o risco associado nesse caso será menor. A Figura 2.4 ilustra o significado do índice de fiabilidade.

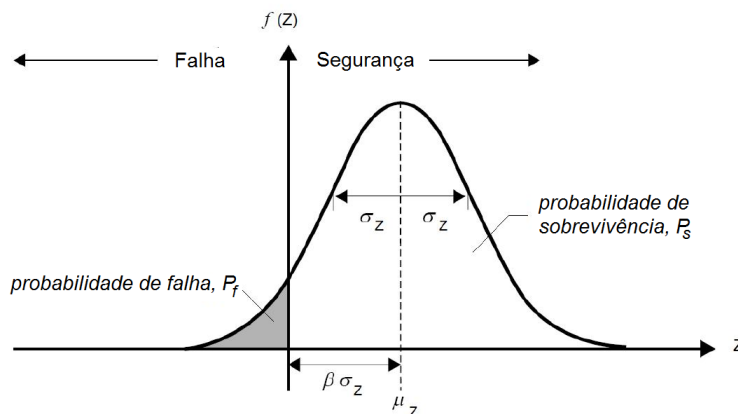


Figura 2.4: Representação do índice de fiabilidade, β (adaptado de Faber, 2007).

Nos problemas reais, as variáveis básicas não são, necessariamente, caracterizadas por distribuições de probabilidade Normal ou Lognormal, nem são independentes entre si. Outro dos inconvenientes no processo de cálculo da probabilidade de falha de uma estrutura prende-se com o facto de, na maioria dos casos, as funções estado limite não apresentarem um comportamento linear.

Estas limitações dificultam a resolução do integral da equação (2.8), levando por isso a que nas últimas décadas se tenham vindo a desenvolver vários métodos para determinar índices de fiabilidade, nomeadamente métodos de fiabilidade de primeira e segunda ordem e método de simulação de Método Carlo.

No entanto, neste texto apenas é abordado o método de simulação de Método Carlo, visto este ser bastante usado em estruturas com uma probabilidade de falha muito elevada. Este método é descrito com mais detalhe numa secção adiante.

Valores mínimos recomendados para o índice de fiabilidade

Eurocódigo 0

O Eurocódigo 0 (CEN, 2001), como foi referido na Secção 2.4, define, de uma forma análoga ao código modelo JCSS, três níveis mínimos aceitáveis de consequência. O Quadro 2.2 apresenta os valores mínimos recomendados para o índice de fiabilidade, para os Estados Limites Últimos, para um período de retorno de 1 e 50 anos.

Capítulo 2. Análise da Segurança Estrutural

Quadro 2.2: Valores mínimos recomendados para o índice de fiabilidade, β , para ELU (adaptado de CEN, 2001).

Classes de consequências	Período de referência de 1 ano	Período de referência de 50 anos
CC3	$\beta = 5, 2$	$\beta = 4, 3$
CC2	$\beta = 4, 7$	$\beta = 3, 8$
CC1	$\beta = 4, 2$	$\beta = 3, 3$

Nota: As classes de fiabilidade dos elementos estruturais acima de CC3 não são consideradas neste quadro, pois cada um desses elementos exige-se um estudo específico.

Código modelo JCSS (2000)

À imagem do que é apresentado no Eurocódigo 0 (CEN, 2001), também o código modelo JCSS (2000) exhibe níveis de fiabilidade mínimos. No entanto, estes são apresentados em função das consequências de falha, p_f , e dos custos associados ao aumento da segurança (ver Quadro 2.3).

Quadro 2.3: Valores mínimos para o índice de fiabilidade, β , para ELU, num período de referência de um ano (adaptado de JCSS, 2000).

Custos associados a medidas de segurança	Consequências reduzidas CC1	Consequências moderadas CC2	Consequências graves CC3
Elevado	$\beta = 3, 1$ ($p_f = 10^{-3}$)	$\beta = 3, 3$ ($p_f = 5 \times 10^{-4}$)	$\beta = 3, 7$ ($p_f = 10^{-4}$)
Médio	$\beta = 3, 7$ ($p_f = 10^{-4}$)	$\beta = 4, 2$ ($p_f = 10^{-5}$)	$\beta = 4, 4$ ($p_f = 5 \times 10^{-6}$)
Reduzido	$\beta = 4, 2$ ($p_f = 10^{-5}$)	$\beta = 4, 4$ ($p_f = 5 \times 10^{-6}$)	$\beta = 4, 7$ ($p_f = 10^{-6}$)

Relativamente aos Estados Limites de Utilização, ELUt, dado que estes estão associados a danos estruturais menos graves, os quais provocam apenas desconforto aos utilizadores, não implicando por isso perdas humanas, o nível de segurança aceitável depende exclusivamente do custo associado a um aumento de segurança.

2.5.4 Fiabilidade de sistemas de estruturas

O método de fiabilidade anteriormente descrito é geralmente aplicável a elementos estruturais isolados. Contudo as estruturas correntes comportam-se como conjuntos de elementos, tornando-se, por isso, importante classificar os sistemas estruturais de acordo com a disposição dos elementos estruturais. As estruturas podem, então, qualificar-se como sistemas em série, paralelo e mistos.

Sistemas em série

Para sistemas estruturais em série, a falha de qualquer elemento resulta na falha de todo o sistema, independentemente do seu comportamento ser dúctil ou frágil (Henriques, 1998). Admita-se um sistema genérico de n elementos em série, como ilustrado pela Figura 2.5.

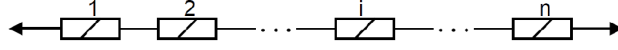


Figura 2.5: Sistema em série (Henriques, 1998).

Seja $p_{f,sist}$ a probabilidade de falha do sistema estrutural e $p_{f,i}$ a probabilidade de falha associada a cada elemento i , com todos os elementos independentes entre si, então a probabilidade de falha do sistema é definida pela seguinte equação:

$$p_{f,sist} = p\left(\bigcup_{i=1}^n p_{f,i}\right) \quad (2.15)$$

Deste modo, quando se verifica a ocorrência de uma falha de um sistema estrutural em série, a probabilidade de falha de todo o sistema é maior que a probabilidade de falha de cada elemento tomado independentemente, o que implica um índice de fiabilidade do sistema menor que o índice de fiabilidade de cada elemento isoladamente. Ainda, a probabilidade de falha aumenta com o aumento do número de elementos.

Sistemas em paralelo

Contrariamente ao sistema estrutural em série, num sistema em paralelo (ver Figura 2.6) a falha de um elemento não provoca necessariamente uma falha global do sistema estrutural, na medida em que os restantes elementos do sistema podem conseguir resistir às acções exteriores.

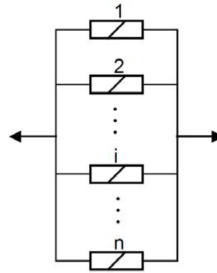


Figura 2.6: Sistemas em paralelo (Henriques, 1998).

Desta forma, se se verificar falha em todos os elementos estruturais, o sistema colapsa, sendo a probabilidade de falha definida pela soma das probabilidades de falha dos n elementos:

$$p_{f,sist} = p\left(\bigcap_{i=1}^n p_{f,i}\right) \quad (2.16)$$

onde $p_{f,i}$ corresponde à probabilidade de falha associada a cada elemento i .

Sistemas mistos

Os sistemas estruturais correntes revelam ser uma combinação dos sistemas mencionados anteriormente (ver Figura 2.7). Deste modo, no cálculo da probabilidade de falha do sistema é necessário analisar os possíveis cenários de falha do mesmo, combinando entre os vários elementos os diversos cenários que podem originar o colapso global.

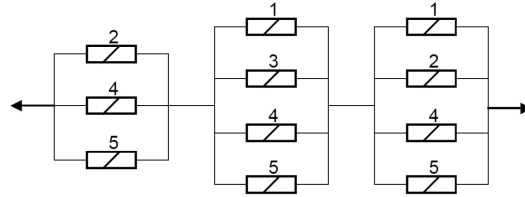


Figura 2.7: Sistemas mistos (Henriques, 1998).

2.5.5 Método de simulação de Monte Carlo

Conforme a Secção 2.5.3, a probabilidade de falha, na sua forma mais geral, é definida através do integral duplo da função densidade de probabilidade conjunta das variáveis aleatórias, no domínio da falha definida pela função de estado limite.

De facto, geralmente, a determinação deste integral é impraticável mesmo nos casos em que a função estado limite é linear ou, até mesmo, nos casos das acções e resistências terem distribuições Normais. Para lidar com todos os possíveis casos utilizam-se técnicas de simulação, que permitem obter estimativas do integral da equação (2.7) em problemas para os quais a função de estado limite pode ter qualquer forma e as variáveis aleatórias qualquer distribuição.

As técnicas de simulação usualmente utilizadas são baseadas no método de Monte Carlo. De uma forma genérica, este método simula todas as variáveis aleatórias intervenientes ao problema estrutural, tendo em conta as respectivas distribuições, e quantifica todas as respostas estruturais associadas aos conjuntos das variáveis simuladas, também, numa forma de distribuição.

Em termos computacionais, utiliza-se um algoritmo pré-definido para gerar sequências de números aleatórios, com distribuições de probabilidade idênticas às respectivas variáveis básicas da estrutura a analisar. Cada sequência de número é, posteriormente, introduzida no modelo de análise, o qual permite avaliar a segurança da mesma, produzindo-se as variáveis de saída. Com base nos valores das variáveis de saída de todos os N ciclos, é possível avaliar a segurança da estrutura, estimando a probabilidade de falha, através da violação da função estado limite.

Da contabilização do número de situações em que a função estado limite foi violada, resultando numa falha, n_f , pode-se obter a probabilidade de falha, p_f , a partir da equação:

$$p_f = \frac{n_f}{N} \quad (2.17)$$

onde N corresponde ao total de simulações realizadas (i.e número total de ciclos).

O número de simulações necessárias para obter resultados fidedignos depende, essencialmente, da probabilidade de falha e da estrutura em análise, ou seja, da função estado limite. Como é presumível, o número de simulações aumenta significativamente para probabilidades muito reduzidas, sendo este o principal inconveniente do método de simulação de Monte Carlo.

Torna-se, então, imperativo definir o número de simulações indispensáveis numa avaliação da fiabilidade estrutural. Existem vários limites defendidos por autores como, por exemplo, Faber (2007) que propõe que, para situações onde se pretende estimar uma probabilidade de falha na ordem de 10^{-6} , sejam necessários aproximadamente 10^8 simulações, com coeficientes de variação de 10%. Broding (1964) sugeriu que o número de simulações, N , seja estimado através de (Laranja e Brito, 2003):

$$N \geq -\frac{\ln(1-c)}{p_f} \quad (2.18)$$

onde c traduz o nível de confiança da estimativa da probabilidade de falha.

Existem, ainda, outros autores que recomendam formas de estimar o erro, como o caso de Shooman (1968) que propõe a equação (2.19) para obter a probabilidade de falha, p_f , com um intervalo de confiança de 95%, utilizando uma função que relaciona a probabilidade de falha com o número total de simulações:

$$erro(\%) = 200 \times \sqrt{\frac{1-p_f}{N \times p_f}} \quad (2.19)$$

Em suma, a aplicação do método de Monte Carlo na avaliação da fiabilidade estrutural assume algumas qualidades e limitações, que estiveram na origem da escolha deste método para a realização do trabalho (Henriques, 1998):

- Generalidade de aplicação

Este método pode ser aplicado a qualquer estrutura, para todas as distribuições probabilísticas das variáveis aleatórias e para qualquer que seja a configuração da função estado limite, ou seja, para relações constitutivas lineares ou não lineares;

- Rigor

Verifica-se que para um número de simulações que tende para infinito, $N \rightarrow \infty$, o método de simulação de Monte Carlo converge para uma estimativa da probabilidade de falha exacta;

- Simplicidade

É um método que permite reproduzir um número relativamente vasto de vezes, a possibilidade de um dado acontecimento ser considerado válido;

- Limitações

O método de simulação de Monte Carlo, não apresenta grandes limitações, sendo a única limitação relativa às técnicas de computação. Devido ao elevado número de amostras, a computação deste método torna-se morosa, apelando-se, muitas vezes, a técnicas alternativas de redução cuidada da variância das variáveis aleatórias, de forma a tornar o mesmo mais eficiente.

Em problemas com aplicação do método dos elementos finitos, o método de Monte Carlo exige um excessivo tempo de computação. Contudo, as técnicas de fiabilidade alternativas apresentam algumas limitações em problemas lineares com um número de graus de liberdade da estrutura elevado (Henriques, 1998). Para a simulação de estruturas com múltiplas variáveis correlacionadas é comum utilizar a decomposição de Cholesky, a qual será apresentada de imediato.

2.5.6 Método de transformação de Cholesky

Existem inúmeros métodos de transformação de variáveis aleatórias normalmente distribuídas em correlacionadas, sendo o mais usual o método de Cholesky, devido à sua facilidade de aplicação e eficiência. Nesta secção são, então, apresentadas, de uma forma geral, as condições intrínsecas a este método, assim como a sua aplicabilidade.

De acordo com Cholesky, se uma matriz $A_{(n \times n)}$ for simétrica e definida positiva, então, é possível decompor esta matriz no produto de duas outras matrizes, nomeadamente:

$$[A] = [L] \times [L]^T \Rightarrow \begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} & \dots & a_{n1} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{n2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_{11} & 0 & \dots & 0 \\ l_{21} & l_{22} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ l_{n1} & l_{n2} & \dots & l_{nn} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} l_{11} & l_{12} & \dots & l_{1n} \\ 0 & l_{22} & \dots & l_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & l_{nn} \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

onde $[L]$ é uma matriz triangular inferior com elementos positivos na diagonal principal, conhecida por triângulo de Cholesky da matriz $[A]$ e $[L]^T$ é a transposta da matriz $[L]$.

Esta técnica permite, assim, a resolução de sistemas de equações lineares do tipo $Ax = b$, resolvendo, primeiramente, o sistema $Ly = b$ de forma a obter y e, posteriormente, $L^T x = y$ para obter x .

Para o presente trabalho, a matriz $[A]$, titulada de matriz de correlação, traduz a correlação desejada dos valores da variável aleatória. Resta, portanto, definir os coeficientes da referida

2.5. Análise probabilística da segurança

matriz. De uma forma genérica, o coeficiente $cor(a_i, a_j)$ representa a correlação entre o valor a_i e o valor a_j da variável, que será, sujeita a este processo de transformação.

$$[A] = \begin{bmatrix} cor(a_1, a_1) & cor(a_1, a_2) & \dots & cor(a_1, a_n) \\ cor(a_2, a_1) & cor(a_2, a_2) & \dots & cor(a_2, a_n) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ cor(a_n, a_1) & cor(a_n, a_2) & \dots & cor(a_n, a_n) \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

De forma a clarificar o propósito deste método, a Figura 2.8 ilustra para a situação de duas variáveis aleatórias com distribuição Normal reduzida, a situação (a) que representa as duas variáveis independentes e a situação (b) que mostra as mesmas variáveis, mas correlacionadas entre si. A Figura 2.9 traduz as mesmas situações em três dimensões.

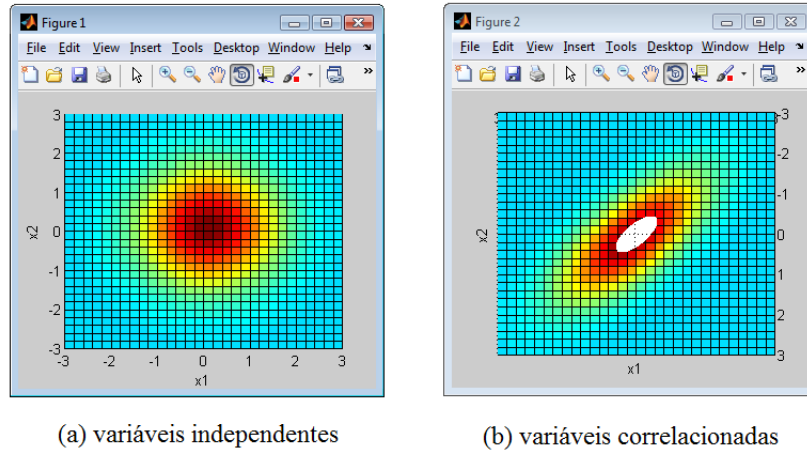


Figura 2.8: Aplicação do método de Cholesky a duas funções de distribuição Normal.

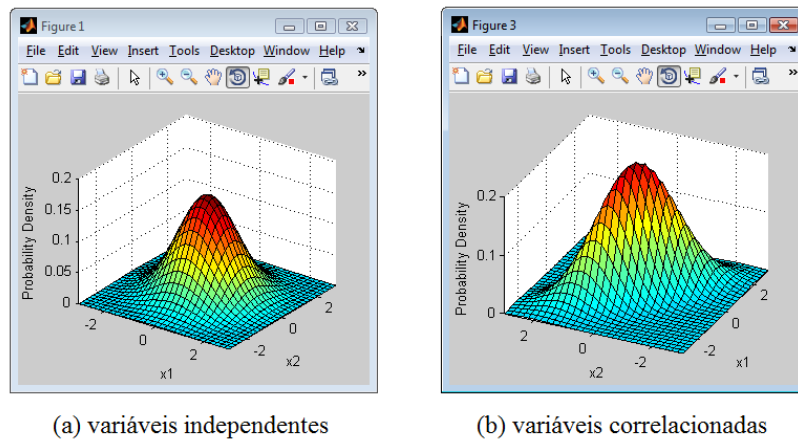


Figura 2.9: Representação tridimensional da aplicação do método de Cholesky.

2.6 Análise semi-probabilística de segurança

2.6.1 Considerações iniciais

Em termos simplistas, a adopção da abordagem semi-probabilística na avaliação da segurança substitui o cálculo da probabilidade de falha definida pela equação (2.7), considerando as variáveis básicas como valores representativos, denominadas por valores característicos R_k e S_k , respectivamente, e afectando os mesmos por coeficientes parciais de segurança:

$$S_d = \gamma_S \times S_k \leq \frac{R_k}{\gamma_R} = R_d \quad (2.22)$$

onde R_d e S_d representam os valores de cálculo das respectivas variáveis e γ_S e γ_R definem os coeficientes parciais de segurança associados às acções e às resistências, respectivamente.

Os valores característicos R_k e S_k são definidos na regulamentação Europeia, de acordo com as suas naturezas e incertezas a que estão associadas. Assim, as mesmas variáveis básicas intervenientes na abordagem probabilística, que foram definidas através de funções de distribuição, passam a ser representadas por um único valor nominal, calculado a partir dos valores médios obtidos por estudos estatísticos ou por regras de aceitação e de controlo de qualidade.

Os coeficientes parciais de segurança, γ_S e γ_R , permitem criar uma margem de segurança na verificação aos estados limites, limitando a probabilidade de violação destes estados a um nível de risco previamente estabelecido. Estes coeficientes encontram-se definidos, também, na regulamentação Europeia, sendo que estes coeficientes têm como consequência a majoração das acções e a minoração das propriedades resistentes dos materiais.

Este método de verificação de segurança de nível 1 tem como principal objectivo a averiguação da segurança através de regras simplificadas mas, de forma que a margem de segurança seja igual à obtida com verificações efectuadas com análises mais rigorosas.

2.6.2 Caracterização das acções com base no Eurocódigo 1

De acordo com o Eurocódigo 0 (CEN, 2002) as acções são classificadas, pela sua variação no tempo, da seguinte forma:

- Acções permanentes

Caracterizam-se por valores quase constantes ao longo da vida útil da estrutura. O peso próprio de uma estrutura é o exemplo mais comum deste tipo de acção;

- Acções variáveis

Apresentam valores com variação significativa relativamente ao seu valor médio. O vento e a neve são exemplos deste tipo de acção;

- Acções acidentais

Como o próprio nome indica, este tipo de acção tem uma probabilidade de ocorrência bastante diminuta, mas de grande intensidade. Um exemplo, comumente, deste tipo de acção são explosões ou embates violentos nas estruturas.

Existe, ainda, uma outra classificação das acções, com particular relevância para as estruturas de madeira, denominada de classe de duração das acções. De seguida mostra-se o Quadro 2.4 que define a classe de duração das acções, a qual se prende, essencialmente, com o tempo a que a estrutura se encontra sujeita a dada acção.

Quadro 2.4: Classes de duração das acções (CEN, 2003b).

Classe de duração	Duração da carga característica
Permanente	mais de 10 anos
Longo prazo	6 meses - 10 anos
Médio prazo	1 semana - 6 meses
Curto prazo	menos de 1 semana
Instantânea	

Nos casos em que a estrutura esteja sujeita a combinação de acções de diferentes proveniências, então, segundo o Eurocódigo 5 (CEN, 2003b) a escolha da classe de duração advém da acção com a menor duração.

2.6.3 Caracterização das resistências com base no Eurocódigo 1

De acordo com o Eurocódigo 5 (CEN, 2003b), as estruturas devem ser inseridas numa das seguintes classes:

- Classe de serviço 1

Caracterizada por um teor de água ao nível dos materiais, tal que o teor de água apresentado pelo ambiente envolvente seja caracterizado por uma temperatura de 20°C e uma humidade relativa que excede o valor de 65% apenas em algumas semanas por ano;

- Classe de serviço 2

Caracterizada por um teor de água ao nível dos materiais, tal que o teor de água apresentado pelo ambiente envolvente seja caracterizado por uma temperatura de 20°C e uma humidade relativa que excede o valor de 85% apenas em algumas semanas por ano;

- Classe de serviço 3

Apresenta um teor em água ao nível dos materiais superior aos verificados na classe de serviço 2.

O mesmo regulamento define, ainda, parâmetros exclusivos para o cálculo da resistência da madeira, dado que este material apresenta propriedades específicas que o distingue dos outros materiais estruturais. Estes parâmetros têm em conta a direcção das tensões, para além do efeito da duração da acção e da humidade relativa do ar circundante, ajustando, assim, o valor da resistência do material às situações a que está sujeita.

2.7 Robustez

2.7.1 Considerações gerais

A segurança estrutural deve, além das verificações referidas anteriormente, ser avaliada no que respeita à robustez. De acordo com o Eurocódigo 1 (CEN, 2003a), entende-se por robustez estrutural *a capacidade da estrutura para suportar eventuais danos localizados, nomeadamente incêndios, explosões, impactos, ou consequências do erro humano, sem consequências desproporcionadas à causa inicial.*

O mesmo regulamento define, ainda, consequências desproporcionadas aquando de uma falha estrutural resulte em danos muito superiores ao dano inicial. Um exemplo deste tipo de consequência é o colapso estrutural progressivo, no qual a ocorrência da falha de um elemento estrutural decorre na falha dos elementos estruturais periféricos, provocando o colapso parcial ou total da estrutura. A Figura 2.10 mostra um exemplo de colapso progressivo no qual o colapso de duas asnas da cobertura da pista de ciclismo Siemens Arena em Ballerup (Dinamarca) resultou no colapso de toda a cobertura.



Figura 2.10: Pista de ciclismo Siemens Arena (Dinamarca), em Janeiro de 2003.

Segundo Canisius *et al.* (2007) o interesse da robustez advém da grande parte destes incidentes serem devidos, sobretudo, a uma série de erros, nomeadamente, erros de projecto, erros de execução, deterioração inesperada ou, até mesmo, da falta de manutenção das estruturas. Estes parâmetros, embora estejam mencionados na actual regulamentação, não estão quantificados de forma alguma.

Dado que existem poucos métodos que permitem quantificar este fenómeno, neste texto são abordados, de uma forma geral, os métodos mais correntemente utilizados.

2.7.2 Critérios de dimensionamento

O método de dimensionamento descrito na regulamentação em vigor, método dos coeficientes parciais, apresenta um conjunto de condições gerais que apenas garante a segurança local de todos os elementos estruturais que compõem uma estrutura, não tendo em linha de conta o comportamento da estrutura de um modo global (Starossek e Wolff, 2005).

Deste modo, torna-se necessário conceber uma metodologia que permita um estudo mais detalhado da estrutura, prevenindo eventuais acontecimentos indesejáveis aquando da ocorrência de uma falha localizada.

Nesta perspectiva, entende-se por estrutura robusta quando os seus elementos estruturais, fundamentais à segurança, são capazes de resistir a acções e defeitos inesperados, podendo mesmo, em situações de colapso localizado sustentar-se, evitando a ocorrência de colapso progressivo (Sørensen e Christensen, 2006).

A maneira usual de verificar a robustez de uma dada estrutura é analisar a segurança da mesma, removendo um dos referidos elementos fundamentais. Assim, nesta condição, se a estrutura verificar a segurança aos Estados Limites Últimos, durante um período de tempo considerado como aceitável, com uma margem de segurança estimada como razoável, então entende-se a estrutura como robusta. Esta verificação não deixa de ser um pouco general, contudo, na fase de projecto, permite ter em consideração eventuais situações inesperadas, garantindo assim uma maior margem de segurança.

Diante desta conjectura é forçoso quantificar, primeiramente, a resistência necessária para evitar o colapso, utilizando, para tal, índices probabilísticos que assentam em diversos critérios, como: danos materiais e humanos associados à hipótese de colapso e, até mesmo, a importância da estrutura em si. Caso se verifique que a resistência ao colapso é necessária, então, seguidamente define-se a extensão dos danos estruturais que são passíveis de suceder, visto que só a partir dessa definição é que as medidas adequadas para o controlo do colapso progressivo podem ser tomadas (Starossek e Wolff, 2005).

Algumas dessas medidas passam por projectar a estrutura ou os elementos principais da mesma de modo a suportar eventuais, acréscimos de carga ou, até mesmo, dimensionar a estrutura para ter um nível mínimo de robustez oferecendo, assim, redundância e ductilidade, através de caminhos de carga ou disposições construtivas (Canisius *et al.*, 2007).

Para além destas duas medidas, Starossek e Wolff (2005) admitem também a possibilidade de dimensionar a estrutura de modo a isolar a falha por compartimentação, ou seja, colocar libertações em locais estratégicos que apenas permitem a ocorrência de colapsos parciais, não afectando a robustez global.

2.7.3 Quantificação da robustez

A quantificação da robustez pode, para além do método geral descrito anteriormente, ser feita por meio de métodos de fiabilidade, permitindo, assim, ponderar a variabilidade dos factores inerentes à segurança de uma estrutura. Nesta secção são descritos, de uma forma resumida, os vários modelos propostos por diferentes autores.

Frangopol e Curley, 1987

A proposta de Frangopol e Curley (1987), para a quantificação da robustez, consiste na determinação do seguinte factor de redundância:

$$\beta_r = \frac{\beta_i}{\beta_i - \beta_d} \quad (2.23)$$

onde β_i representa o índice de fiabilidade da estrutura intacta e β_d o índice de fiabilidade da estrutura danificada. Este factor β_r pode tomar valores entre zero, sistema privado de robustez, e infinito, sistema totalmente robusto.

Lind, 1995

Lind (1995) propõe a quantificação do índice de vulnerabilidade, V , que traduz a perda de fiabilidade estrutural devido aos danos estruturais, através da seguinte equação:

$$V = \frac{p(r_d, S)}{p(r_0, S)} \quad (2.24)$$

no qual $p(\cdot)$ representa probabilidade de falha, r_0 a resistência da estrutura intacta, r_d a resistência da estrutura danificada e S a carga que se prevê que actue na estrutura (Canisius *et al.*, 2007).

No entanto, estes dois factores de quantificação da robustez apresentados anteriormente não têm em linha de conta uma possível sequência de falhas, ou seja, apenas admitem a existência de uma única falha, não sendo, por isso, usados no estudo de colapso progressivo de estruturas.

Baker *et al.*, 2006

Mais recentemente Baker *et al.* (2006) propôs um novo método para quantificar a robustez, o qual admite que a ocorrência de um dano estrutural pode ter consequências directas, relativas ao dano inicial, ou indirectas, relativas às consequências directas.

Neste contexto, entende-se por consequências directas as consequências procedentes de falhas localizadas dos elementos estruturais e, ainda, por consequências indirectas, todas as falhas parciais ou globais que advêm de uma consequência directa.

Deste modo o índice de robustez, I_R , é definido como:

$$I_R = \frac{R_{Dir}}{R_{Dir} - R_{Ind}} \quad (2.25)$$

sendo que R_{Dir} corresponde ao risco directo e R_{Ind} ao risco indirecto. Note-se que, quanto menor o risco indirecto (factor susceptível de controlo), mais robusta será a estrutura.

O índice de robustez, I_R , assume valores entre zero e a unidade, sendo que zero traduz um sistema totalmente desprovido de robustez e a unidade define uma estrutura totalmente robusta. O cálculo deste índice de robustez torna-se um pouco complexo, na medida em que é exigido o cálculo do risco directo e indirecto de um dado acontecimento, no entanto, pode ser utilizado em diversas situações, nomeadamente situações de inspecção, manutenção ou estratégias de reparação (Canisius *et al.*, 2007).

No estudo da robustez, o risco é apontado como a probabilidade de um dado acontecimento ocorrer, $p(\cdot)$, multiplicada pelas consequências advindas dessa ocorrência, C , designadas mais correntemente por custo:

$$R = p \times C \quad (2.26)$$

Dentro dos índices apresentados neste texto, julga-se que este índice é o mais adequado para a quantificação da robustez, na medida em que incorpora o conceito de consequências indirectas na sua formulação.

2.7.4 Análise e decisão da robustez

Para assumir decisões na procura do sistema estrutural mais robusto, a formulação probabilística torna-se o meio mais viável, na medida em que possibilita o estudo da combinação de todos os possíveis cenários de falha estrutural.

A combinação de todos os possíveis cenários de falha estrutural, que leva ao colapso progressivo, pode ser modelada de acordo com a Figura 2.11.

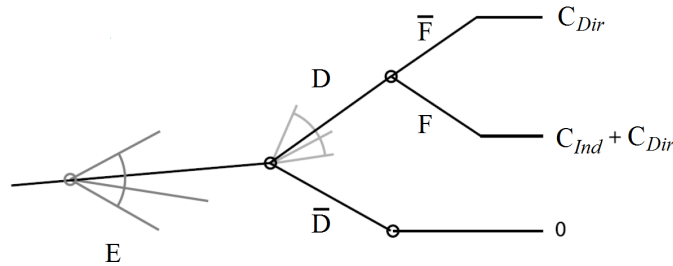


Figura 2.11: Árvore de eventos para a quantificação da robustez (adaptado de Baker *et al.*, 2008).

onde:

- E corresponde a um “*Evento*”, sendo este qualquer fenómeno capaz de provocar um dano estrutural;
- D define um “*Dano*” que representa uma perda de desempenho num elemento do sistema estrutural;
- F traduz uma “*Falha*” que pressupõe a perda da funcionalidade do elemento estrutural, ou seja, o elemento perde a capacidade de se sustentar, colapsando.

Conforme mostra a Figura 2.11, considere-se um sistema estrutural exposto a determinado evento, E , que eventualmente derivará num dano estrutural. Nessa situação poderão ocorrer dois cenários possíveis: ou a exposição a que a estrutura está sujeita não é suficientemente gravosa para que ocorra dano, \bar{D} , e pode dar-se por terminada a análise, ou pelo contrário, existe dano, D , e passam a existir duas possibilidades. O dano não é suficiente para que provoque falha ao sistema, \bar{F} , e permanece localizado, resultando somente em consequências directas, C_{Dir} , ou, por outro lado, o dano causa falha do sistema, F , e passa-se a não poder garantir que fique restringido a um só local, mas sim que se propague para o resto do sistema, causando não só consequências directas, mas, também, indirectas, C_{Ind} .

Neste contexto, Sørensen e Christensen (2005) definiram a probabilidade de falha estrutural, $p(F)$, do seguinte modo:

$$p(F) = \sum_i \sum_j p(F|E_i \cap D_j) \times p(D_j|E_i) \times p(E_i) \quad (2.27)$$

onde i e j traduzem os índices correspondentes a diferentes ocorrências, $p(E_i)$ a probabilidade de exposição a dada ocorrência em i , $p(D_j|E_i)$ a probabilidade de existir danos relativos em j na sequência da exposição E_i e $p(F|E_i \cap D_j)$ a probabilidade de falha na sequência da exposição E_i seguida do dano D_j .

O cálculo da probabilidade de exposição, $p(E_i)$, não atende a factores como, por exemplo, localização do edifício ou tipo de actividade desenvolvida no interior do mesmo, tornando-se, por isso, impossível contornar, por completo, este parâmetro. No entanto, alguns autores como Kirkegard e Sørensen (2008) defendem algumas medidas que podem ser tomadas de forma a reduzir os factores da equação (2.27) e, consequentemente, aumentar a robustez estrutural. A enumerar:

1. Reduzir uma ou mais probabilidades de exposição, $p(E_i)$ e $p(E_j)$, para a situação de duas ocorrências;
2. Reduzir uma ou mais probabilidades de ocorrência de danos $p(D_i|E_i)$ e $p(D_j|E_j)$, para a situação de duas ocorrências, ou reduzir a extensão desse danos, mediante reforço de elementos estruturais principais, por exemplo;

3. Reduzir uma ou mais probabilidades de colapso $p(F|E_i \cap D_i)$, $p(F|E_j \cap D_j)$, para a situação de duas ocorrências, aumentando a redundância da estrutura.

Em suma, apesar do fenómeno da robustez ser estudado pela comunidade científica há vários anos, não se encontra completamente esclarecido. Torna-se, por isso, imprescindível criar uma regulamentação que inclua situações de colapso progressivo como, por exemplo, deterioração dos materiais, manutenção, alteração de funcionalidades estruturais e processos de decisão, que permita reduzir erros na fase de dimensionamento estrutural.

Capítulo 3

Características da Madeira Estrutural

Lista de símbolos

Letras maiúsculas latinas

E_m módulo de elasticidade médio

G_m módulo de distorção médio

W teor de humidade

V_W volume para um teor de água W

Letras minúsculas latinas

$f_{c,0,k}$ resistência à compressão paralela ao fio

$f_{c,90,k}$ resistência à compressão perpendicular ao fio

$f_{m,k}$ resistência à flexão

$f_{t,0,k}$ resistência à tracção paralela ao fio

$f_{t,90,k}$ resistência à tracção perpendicular ao fio

m_h massa do provete húmido

m_s massa do provete seco

m_w massa para um teor de água W

Letras gregas

ρ_m massa volúmica média

ρ_w massa volúmica da madeira para um teor de água W

3.1 Enquadramento

Apesar da grande tradição histórica da aplicação da madeira em Portugal, esta sofreu uma redução bastante significativa devido à competição de outros materiais de construção, em especial, o betão armado e o aço. Contudo, recentemente assiste-se a um retomar de interesse do material devido à consciencialização da sociedade em termos ambientais.

Existem vários pontos de interesse da madeira na aplicação estrutural, podendo destacar-se a sua elevada resistência, sobretudo quando comparada com o seu peso, permitindo, assim, reduzir a dimensão das fundações e, ainda, os efeitos da acção sísmica.

A principal razão pela qual a madeira é utilizada na construção deve-se ao facto de se tratar de um recurso natural com disponibilidade em grande parte do planeta Terra. Esta razão, aliada às actuais exigências ambientais formam uma conjuntura muito favorável, permitindo a valorização deste material na construção. Além disso, é um material que requer pouca energia de transformação, desde a sua recolha como matéria-prima até à sua aplicação em obra.

Outra característica muito importante, quando se utiliza a madeira como material de construção estrutural, é a sua durabilidade excepcional em ambientes secos e ventilados e, especialmente, quando todos os requisitos de produção, manutenção e prevenção de eventuais ataques de fungos e insectos são cumpridos.

Ao nível arquitectónico, devido à sua textura e cor, a madeira torna-se num material muito apreciado, podendo ser melhorado através da utilização de vernizes, lacas e outros produtos de acabamento. É um material facilmente trabalhável, podendo ter uma grande variedade de formas, sendo, por isso, aplicável não só para fins estruturais, mas, também, em revestimentos interiores e exteriores, embarcações, mobiliário urbano e doméstico, entre outros.

Existe, ainda, a possibilidade do reaproveitamento da madeira de edifícios demolidos, aumentando, assim, o ciclo de vida da madeira na construção. Deste modo, pode dizer-se que a madeira é um material com inúmeros benefícios, devendo-se, por isso, estimular a pesquisa científica e divulgar estudos e conclusões para aperfeiçoar o desempenho da madeira estrutural.

Pelas razões debilitadas de imediato, este capítulo tem como finalidade promover a madeira enquanto material estrutural, começando-se, por isso, por analisar sucintamente a sua composição do ponto de vista da sua morfologia, seguindo-se uma abordagem das propriedades do material. Finalmente, são expostos alguns materiais estruturais derivados da madeira, em particular a madeira lamelada colada e suas vantagens de aplicação na construção.

3.2 Descrição geral da madeira

Existem três possíveis níveis de estudo que permitem um conhecimento bastante detalhado das propriedades da madeira, nomeadamente nível macroscópico, nível microscópico e nível

submicroscópico. Não obstante, a observação macroscópica não permite um total conhecimento das características de determinada árvore, mas fornece inúmeras informações acerca da estrutura da madeira como, por exemplo, a variabilidade da resistência mecânica devido a defeitos, especificamente nós. O estudo ao nível microscópico permite compreender a diferença de rigidez transversal e longitudinal. Por fim, ao nível submicroscópico é possível observar o comportamento de retracção e dilatação da madeira (Franco, 2008).

A árvore apresenta três direcções com características perfeitamente distintas: a direcção axial ou longitudinal, que comporta o transporte da seiva, a direcção radial e a direcção tangencial, na qual se desenvolvem os elementos “tubulares” cognominados de fibras.

Estrutura macroscópica

No plano transversal da árvore é possível analisar algumas características da madeira. Porventura, a característica que mais se manifesta é a existência de anéis de crescimento, que correspondem aos ciclos anuais de crescimento da árvore, os quais permitem estimar a idade de uma determinada árvore. Este crescimento das fibras, de um modo geral, não é uniforme ao longo do ano, ocorrendo um abrandamento durante o Inverno e um aceleramento durante o Verão, conduzindo a anéis de Inverno mais espessos, contrariamente ao que se sucede aos anéis de Verão.

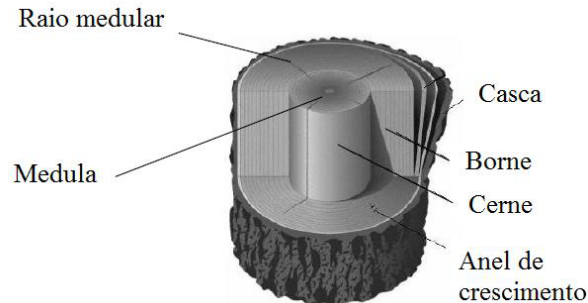


Figura 3.1: Esquema ilustrativo da constituição do tronco de uma árvore (Franco, 2008).

No mesmo plano, para além dos anéis de crescimento, destacam-se outras zonas (ver Figura 3.1) que permitem distinguir, da casca para o miolo, as seguintes partes (Franco, 2008):

- Medula: tecido macio, em torno do qual se verifica o crescimento inicial dos novos ramos;
- Cerne: zona envolvente da medula que representa a camada morta, sendo, por isso, constituído por células que terminaram a sua vida. A sua principal função é sustentar o tronco. Ao longo do tempo, esta zona acumula lenhina, conferindo-lhe dureza e resistência ao ataque de insectos e fungos;
- Borne: camada de células vivas que conduzem a seiva e acumulam nutrientes. A sua dimensão é aproximadamente inalterável ao longo do tempo;

- Casca: camada protectora externa de espessura variável, dependendo da espécie e idade da árvore. É composta por duas subcamadas: uma externa, que contém células mortas, e outra subjacente, de tecido vivo e macio, conduzindo os nutrientes provenientes das folhas.

No plano radial e tangencial é possível analisar a textura, o fio e o veio.

Composição química

Para as diversas espécies de árvores, a base da composição química da matéria orgânica da madeira não apresenta grande alteração. A título de curiosidade, em termos médios, a composição principal, em percentagem do peso seco, apresenta: 50% de carbono, 43% de oxigénio, 6% de hidrogénio, 1% de azoto e menos de 1% de cinzas. Estes elementos são sintetizados em cada espécie em três classes de moléculas orgânicas, poliméricas e estruturais: celulose (40 – 50%), hemicelulose (25 – 40%) e lenhina (20 – 35%) e, ainda, um grupo diverso, polimérico mas não estrutural chamado extractivo (5 – 7%), responsável, por exemplo, pela resistência natural aos ataques de fungos (Natterer *et al.*, 2004).

Classificação botânica

Botanicamente, as árvores dividem-se em duas grandes categorias: Gimnospérmicas e Angiospérmicas. Nas Gimnospérmicas, a classe com maior expressão são as Coníferas (ou Resinosas), também designadas na literatura internacional como madeiras brandas. Estas árvores distinguem-se pelas suas folhas persistentes (com alguma excepção), geralmente estreitas e de pontas aguçadas, com frutos em forma de cone e, muitas vezes, com escamas lenhosas. Nas Angiospérmicas, salientam-se as Dicotiledóneas (ou Folhosas), usualmente, designadas como madeiras duras. Estas possuem folhas persistentes ou caducas, com forma geralmente plana e uma rede de finas nervuras e, ainda, por terem sementes, flores com pétalas, frutos de grande diversidade de forma, textura e cor. As denominações de brandas ou duras provêm das diferenças na estrutura anatómica destas espécies, não tendo, por isso, qualquer relação com a dureza natural da madeira (Franco, 2008).

A secção que se segue, aborda, de uma forma muito geral, os defeitos das peças estruturais de madeira, devido à sua importância na classificação em classes de qualidade e classes de resistência.

3.3 Defeitos das peças estruturais de madeira

As actuais especificações definem por defeito da madeira todo o tipo de anomalias estruturais, irregularidades, modificação química ou de coloração observado neste material, que prejudique a sua utilização ou reduza o seu valor comercial.

Passa-se a enumerar os defeitos que têm maior influência nas propriedades mecânicas e elásticas da madeira: nós; inclinação do fio; descaio; empenos; fendas; apodrecimentos, bolores e ataque biótico; lenho de reação; bolsas de resina; medula e casca inclusa (Porteous *et al.*, 2007). As consequências provenientes destes tipos de defeitos acentuam-se, sobretudo, em madeiras com altos teores de humidade.

Defeitos de crescimento

Os defeitos de crescimento abrangem, essencialmente: nós, desvio do fio, lenho de reação, bolsas de resina e casca inclusa. Estes defeitos devem-se a particularidades estruturais, isto é, formam-se nos tecidos lenhosos, não sendo, por isso, proveitoso recorrer a intervenções técnicas de forma a evitá-los. Geralmente, estas anomalias devem-se a fenómenos biológicos de crescimento e, ainda, à exposição dos vários agentes externos a que estão sujeitas.

Defeitos de produção, secagem e laboração

Os defeitos de produção brotam de erros cometidos nas operações de abate, extracção, conservação na mata e de transporte, podendo aparecer na forma de fendimento terminal, por exemplo.

Relativamente aos defeitos de secagem, como o próprio nome indica, estes surgem de incorreções realizadas nos processos de secagem do lenho, derivando em fendas, empenos, queimado de estufa ou até mesmo em colapsos.

Por último, os defeitos de laboração resultam do mau uso das máquinas e ferramentas e, por vezes, da falta de preparação dos operários. O descaio, o desvio de dimensões, o desvio de corte, o fio diagonal, os ressaltos, os riscos de serra e rugosidade, são alguns defeitos deste tipo.

Defeitos devido ao ataque biótico da madeira

O ataque biótico causa, muitas vezes, alterações significativas da matéria lenhosa, reduzindo a sua resistência, podendo, até mesmo, agravar e aumentar as consequências de defeitos preexistentes. Os agentes mais comuns deste tipo de ataque à madeira são fungos e insectos.

3.4 Propriedades da madeira

3.4.1 Considerações iniciais

A madeira, como elemento vivo que é, apresenta, em geral, propriedades físicas e mecânicas com um grau de variabilidade elevado, comumente superior a outros materiais. Esta particularidade deve-se à sua heterogeneidade e anisotropia, bem como às condições climáticas

e ambientais a que está sujeita. Assim sendo, no estudo do comportamento da madeira, é forçoso compreender as suas propriedades, quer físicas quer mecânicas, e ainda a relação entre as mesmas.

Para além da anisotropia, a higroscopicidade é outro dos factores que mais afecta as propriedades da madeira, estando, por isso, estes dois aspectos presentes em praticamente todas as características da madeira (Natterer *et al.*, 2004). Deste modo, para obter o melhor funcionamento da madeira é conveniente que os esforços paralelos às fibras estejam sujeitos a condições de humidade constantes.

Na secção seguinte apenas são desenvolvidos os conceitos de teor de água, de massa volúmica e de densidade, visto julgar-se que esta matéria não está incluída no âmbito do presente trabalho.

3.4.2 Propriedades físicas

Teor de água

O teor de água, ou humidade, é um dos parâmetros físicos que assume grande importância na durabilidade da madeira como material estrutural, dado que, relativamente aos parâmetros descritos anteriormente, é o único passível de ser devidamente controlado por processos conhecidos.

Entende-se por teor de água, W , o valor percentual do peso de água da amostra em relação ao peso seco da mesma, após secagem em estufa a uma temperatura de referência, traduzindo-se na seguinte equação:

$$W = \frac{m_h - m_s}{m_s} \times 100 \quad [\%] \quad (3.1)$$

onde m_h corresponde à massa do provete húmido e m_s à massa do provete seco. De acordo com especificações, o teor de água padrão, para o qual são apuradas as propriedades da madeira, é convencionalmente definido como sendo $W = 12\%$ (Natterer *et al.*, 2004).

Massa volúmica e densidade

A massa volúmica é, seguramente, o critério mais importante da caracterização física da madeira, uma vez que esta propriedade tem uma forte ligação às propriedades elásticas e mecânicas da madeira. Por esta razão, nas normas de classificação das madeiras, as condições a cumprir estão relacionadas com a massa volúmica.

Posto isto, de acordo com a corrente literatura, a massa volúmica da madeira, ρ_w , estabelece a relação entre a sua massa, m_w , e o volume correspondente, V_w , atendendo que ambas as grandezas são medidas para o mesmo teor de água (Natterer *et al.*, 2004):

$$\rho_w = \frac{m_w}{V_w} \quad [kg/m^3] \quad (3.2)$$

Para efeitos de projectos de estruturas de madeira, as normas impõem que a massa volúmica de referência corresponde à massa volúmica determinada para um teor de água de 12%, sendo geralmente expressa em kg/m^3 . Além deste parâmetro, existe ainda outro apelidado de densidade, que corresponde à relação entre a massa volúmica da madeira e a massa volúmica da água, tratando-se por isso de um valor adimensional.

3.4.3 Propriedades mecânicas

Decorrente da anisotropia, a madeira apresenta diferentes propriedades mecânicas segundo três direcções nomeadamente, longitudinal, radial e tangencial. Contudo, uma vez que as diferenças de propriedades entre a direcção radial e tangencial, apesar de expressivas entre si, são bastante diferentes das propriedades na direcção longitudinal (paralela às fibras), opta-se por estudar apenas as propriedades segundo a direcção paralela e a direcção perpendicular à fibra. Deste modo, as principais propriedades mecânicas da madeira são, sumariamente, caracterizadas de seguida.

Tracção

A madeira possui uma elevada resistência à tracção segundo a direcção paralela à fibra, podendo, em caso de “ausência” de defeitos, atingir valores superiores aos obtidos na flexão (Carvalho, 2007). Os resultados provenientes do usual ensaio à tracção (ver Figura 3.2) mostram uma relação praticamente linear da tensão-deformação de uma peça de madeira até atingir a rotura, advertindo-se, assim, uma rotura frágil no momento da rotura.

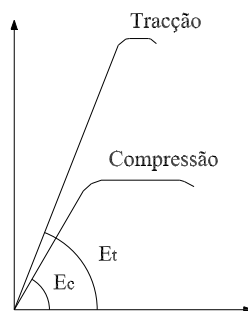


Figura 3.2: Relação tensão-deformação da madeira para a situação de (a) tracção e (b) compressão.

A resistência da madeira à tracção na direcção perpendicular à fibra é muito inferior face à tracção segundo a direcção paralela, evitando-se, por isso, a consideração deste tipo de tensões aquando do estudo do comportamento da estrutura de madeira. Esta característica da madeira justifica-se, sobretudo, pelo reduzido número de fibras nesta direcção.

Compressão

Na direcção paralela à fibra, a resistência da madeira à compressão é elevada, contudo é inferior quando comparada com a resistência à flexão. Nesta situação, a rotura por compressão é bastante mais dúctil que a rotura por tracção, conforme se ilustra na Figura 3.2.

A resistência à compressão na direcção perpendicular à fibra é, tal como todas as propriedades transversais, muito inferior à correspondente na direcção paralela. A mesma figura mostra, uma vez mais, a relação tensão-deformação da madeira, entendendo-se que numa fase inicial este material apresenta um comportamento linear, contudo a rotura ocorre por plastificação (Carvalho, 2007).

Flexão

A resistência à flexão é, neste trabalho e, provavelmente, num modo geral, a propriedade da madeira com maior importância, visto ser o tipo de esforço a que a viga-tipo está sujeita. Esta propriedade surge nas normas de classificação da madeira para estruturas como referência para a atribuição das classes de resistência da madeira, sendo as restantes propriedades de resistência, na direcção paralela ao fio, calculadas em função da resistência à flexão. Como foi dito anteriormente, a madeira oferece uma boa resistência à flexão quando comparada com outros materiais estruturais, especialmente face à sua densidade (Carvalho, 2007).

Corte

A resistência da madeira ao corte é bastante baixa nas duas direcções (paralela e perpendicular ao fio). A rotura segundo a direcção das fibras da madeira traduz-se num deslizamento entre as mesmas, resultando num escorregamento que pode ocorrer na direcção paralela ou perpendicular às fibras. Ao passo que, a rotura por plastificação segundo a direcção perpendicular às fibras ocorre quando a peça de madeira é submetida a esforços transversais ao fio. Contudo, este último tipo de rotura não é muito habitual na medida em que, geralmente, antes de se atingir a rotura por corte ocorre o esmagamento perpendicular (Carvalho, 2007). Como é de se prever, a resistência ao corte varia consideravelmente em peças de madeira com defeitos como, por exemplo, fendas e fissuras.

Todas estas propriedades mecânicas estão definidas na norma Europeia, por equações determinadas experimentalmente.

3.5 Classificação da madeira

Presentemente toda a madeira estrutural está definida de acordo com as características de resistência, em classes de qualidade e de resistência, facilitando, assim, em situações de projecto a relação entre preço e qualidade.

Classes de qualidade

Para classificar as madeiras em classe de qualidade, o sistema Europeu fundamenta-se em quatro partes onde são definidas e descritas as regras gerais para uso estrutural. A enumerar:

1. EN 14081.1 - *Timber Structures - Strength graded structural timber with rectangular cross section - Part 1, General requirements;*
2. EN 14081.2 - *Timber Structures - Strength graded structural timber with rectangular cross section - Part 2, Machine grading: additional requirements for initial type testing;*
3. EN 14081.3 - *Timber Structures - Strength graded structural timber with rectangular cross section - Part 3, Machine grading: additional requirements for factory production control;*
4. EN 14081.4 - *Timber Structures - Strength graded structural timber with rectangular cross section - Part 4, Machine grading: grading machine settings for machine controlled systems.*

Classes de resistência

O conceito de classes de resistência, definido na norma Europeia, pretende atribuir as principais propriedades físicas e mecânicas da madeira para estruturas, de forma simples e objectiva, bastando ao projectista definir a classe de resistência que usou no cálculo.

De um modo geral, para as resinosas a classe de resistência é representada pela letra *C* e para as folhosas pela letra *D*, seguindo-se um número que corresponde ao valor característico da resistência à flexão em N/mm^2 (Porteous *et al.*, 2007).

Para definir uma madeira, de acordo com uma classe de resistência, é necessário conhecer, primeiramente, a sua resistência à flexão, massa volúmica, bem como o seu módulo de elasticidade. Uma vez apurada a classe de resistência, como foi dito acima, os valores característicos das restantes propriedades são determinados mediante as expressões descritas na norma Europeia.

3.6 Produtos estruturais derivados de madeira

3.6.1 Considerações gerais

Actualmente existem inúmeros produtos derivados de madeira, com características e dimensões distintas, que são usados na construção. Estes produtos permitem utilizar quase integralmente não só os ramos, as lenhas e os toros de pequeno diâmetro produzidos pelas matas, mas, também, os desperdícios de madeira, as aparas e as serraduras provenientes das serrações. De

uma forma genérica, os produtos podem-se dividir em três categorias: produtos de madeira maciça, produtos estruturais de madeira e painéis de aglomerados de madeira.

Os produtos derivados da madeira distinguem-se, sobretudo, pela sua elevada resistência na direcção das fibras. Este facto deve-se ao melhoramento da homogeneidade da peça estrutural, na medida em que os defeitos deste material tendem a ficar mais dispersos aquando da mistura de fragmentos de madeira ou de lâminas de madeira de pequenas dimensões. Deste modo, as características destes produtos dependem, sobretudo, das propriedades da madeira utilizada e do seu processo de fabrico (Branco, 2006).

Neste trabalho, apenas é descrita, em linhas gerais, a madeira lamelada colada (“*glulam*” na literatura inglesa).

3.6.2 Elementos estruturais em madeira lamelada colada

Os elementos de madeira lamelada colada são compostos por lamelas de madeira com espessura reduzida, de comprimento variável, orientadas com o fio na direcção longitudinal e fortemente ligadas umas às outras por colas adequadas de grande resistência (ver Figura 3.3).

A sobreposição pode ser feita na vertical ou na horizontal, alterando, assim, a curvatura dos anéis anuais entre as várias camadas de lamelas. Usualmente, uma peça de lamelas coladas não ultrapassa os 5 *cm* de espessura, contudo é possível ligar várias peças deste tipo através de entalhes múltiplos nos topos.

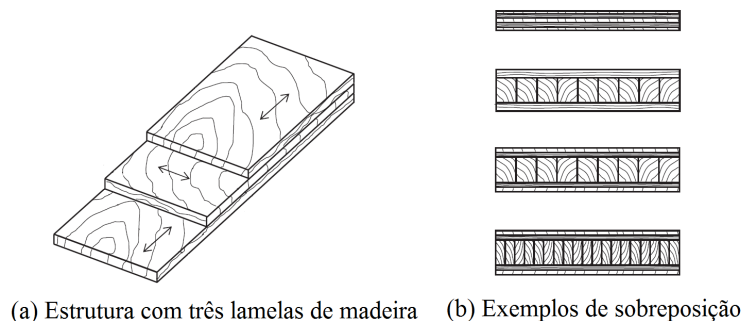


Figura 3.3: Esquema ilustrativo da uma madeira lamelada colada (adaptado de Porteous *et al.*, 2007).

No processo de fabrico, na fase que antecede a colagem, as lamelas de madeira são cuidadosamente seleccionadas de modo a reduzir eventuais deficiências, resultando, por isso, em vigas mais homogêneas e com menor tendência para a fendilhação. Com esta técnica dos lamelados colados é, também, possível obter elementos de grandes dimensões e variadas geometrias, que com a madeira maciça seriam impensáveis (Branco, 2006).

Outra vantagem deste tipo de produto de estrutural é a sua relativa imunidade ao ataque de insectos, devido às colas utilizadas no processo de fabrico. Além disso, os correctos cuidados com o corte, secagem e manutenção dos elementos fazem parte da sua tecnologia.

3.6. Produtos estruturais derivados de madeira

Existem, ainda, dois tipos de composição para os produtos lamelados colados, nomeadamente: madeira lamelada colada homogênea, que como o próprio nome indica é constituída por lamelas com iguais propriedades mecânicas, e madeira lamelada colada combinada ou heterogênea, a qual possui maior resistência as extremidades das lamelas. Esta variação permite, assim, melhorar o aproveitamento da madeira, na medida em que são colocadas lamelas de melhor qualidade nas fibras extremas e lamelas menos resistentes na parte central, sem reduzir a resistência à flexão. No Quadro 3.1 são expostos, de acordo com o Eurocódigo 5, as propriedades de resistência da madeira utilizada neste trabalho.

Quadro 3.1: Propriedades mecânicas do lamelado colado homogêneo 24h (adaptado de Branco, 2006).

Resistência à flexão, $f_{m,k}$	24 N/mm^2
Módulo de elasticidade médio, E_m	11,6 kN/mm^2
Massa volúmica média, ρ_m	380 kg/m^3
Resistência à tracção paralela ao fio, $f_{t,0,k}$	16,5 N/mm^2
Resistência à tracção perpendicular ao fio, $f_{t,90,k}$	0,4 N/mm^2
Resistência à compressão paralela ao fio, $f_{c,0,k}$	24 N/mm^2
Resistência à compressão perpendicular ao fio, $f_{c,90,k}$	2,7 N/mm^2
Módulo de distorção médio, G_m	720 N/mm^2

Seguem-se as normas que são explícitas para os produtos estruturais em madeiras lameladas coladas.

3.6.3 Normas aplicáveis a lamelados colados

1. EN 386:1995 - *Glued laminated timber - Performance requirements and minimum production requirements*

Esta norma tem como finalidade descrever os procedimentos de fabrico, de forma a obter produtos de boa qualidade. Nesta são definidos três graus de exigência de utilização, nomeadamente: classe de serviço 1, classe de serviço 2 e classe de serviço 3. A classe de serviço 1 aplica-se ao fabrico de derivados de madeira que estarão sujeitos a condições ambientais menos exigentes, isto é, ambientes mais seco, e a classe de serviço 3 a ambientes húmidos. No caso de lamelados, o processo de fabrico está inserido na classe de serviço 2.

2. EN 391:1995 - *Glued laminated timber - Delamination test of glue lines*

Esta norma caracteriza a resistência da cola em ambientes com um teor de humidade elevado ou, até mesmo, em situações de contacto com água.

3. EN 1194:1999 - *Timber structural - Glued laminated timber - Strength classes and determination of characteristic values*

Esta norma institui os valores característicos da madeira lamelada colada, para as diversas classes de resistência, de rigidez e de densidade.

Capítulo 4

Método dos Elementos Finitos

Lista de símbolos

Letras maiúsculas latinas

A primeiro nó do elemento de viga

B último nó do elemento de viga

$\{D\}$ vector dos deslocamentos nodais nos graus de liberdade da estrutura

$\{D\}^e$ vector das forças nodais nos graus de liberdade do elemento de viga

E módulo de Young do material

$\{F\}$ vector das forças nodais nos graus de liberdade da estrutura

$\{F\}^e$ vector das forças nodais nos graus de liberdade do elemento de viga

I momento de inércia da secção transversal

$[K]$ matriz de rigidez da estrutura

$[K]^e$ matriz de rigidez do elemento de viga

L comprimento do elemento de viga

R reacções dos apoios

Letras minúsculas latinas

d deslocamentos nodais

f forças nodais

k coeficiente de rigidez do elemento de viga

nr número de graus de liberdade não restringidos (livres)

r número de graus de liberdade restringidos

4.1 Enquadramento

Este capítulo destina-se a uma breve explicação do método dos elementos finitos aplicado ao programa desenvolvido. Iniciar-se-á o estudo pela introdução do conceito de discretização de uma estrutura, bidimensional genérica, em elementos finitos. Posteriormente, é descrito o procedimento padrão para obter a matriz de rigidez da viga contínua, a partir da matriz de rigidez de cada elemento finito. Termina-se o capítulo instituindo-se o faseamento do método.

Breve abordagem ao método dos deslocamentos

A formulação do método dos elementos finitos pode ser fundamentada por diversos métodos, destacando-se o método dos deslocamentos e o método das forças. Estes dois métodos apresentam uma formulação matemática bastante similar, devendo a escolha do método de análise advir num ou noutro conforme seja mais vantajoso.

No presente trabalho, optou-se pelo método dos deslocamentos, na medida em que a viga em questão apresenta um grau de indeterminação estática elevado. O outro motivo que levou a optar por este método deveu-se, sobretudo, à maior facilidade de programação automática do método dos deslocamentos, dado que neste caso todos os deslocamentos da viga são restringidos, ao contrário do método das forças em que seria necessário admitir algumas libertações para tornar a viga isostática.

Posto isto, de todos os métodos, o único que é abordado neste texto, pelas justificações indicadas acima, é o método dos deslocamentos. Associado à aplicação deste método surgem vários conceitos que são abordados sempre que se julgue oportuno.

Tipo de análise aplicada ao problema estudado

Nesta fase de estudo, que antecede à análise estrutural propriamente dita, é importante esclarecer primeiramente a classificação quanto à geometria, material da estrutura, bem como as acções a que a mesma está sujeita. Tendo como base estas decisões, o modo como o método dos elementos finitos é formulado assume algumas simplificações, que serão abordadas adiante.

Neste texto apenas se faz referência a uma análise estática, considerando-se, por isso, que as acções são aplicadas de um modo suficientemente lento, tornando desprezáveis as forças de inércia. Ao nível da geometria bem como do material que constitui a viga, considerou-se uma análise linear, existindo, assim, uma relação linear entre tensões e deformações.

É ainda importante introduzir o conceito de discretização de uma estrutura contínua, visto esta ser uma questão essencial para que a formulação matemática, que se pretende simular neste trabalho, defina adequadamente o comportamento físico.

Conceito de discretização

Actualmente, os engenheiros são submetidos a trabalhos bastante complexos, não sendo possível compreender o comportamento da estrutura em causa numa só operação. Para resolver este problema de forma satisfatória, geralmente opta-se por dividir a estrutura em elementos discretos, julgando-se que, a partir do conhecimento do comportamento de cada elemento, é possível conhecer o comportamento do conjunto, por mais complexo que possa parecer.

De acordo com este pressuposto, os métodos matemáticos utilizados para a descrição do comportamento das estruturas têm algumas limitações, a enunciar:

1. São calculados apenas os deslocamentos de alguns pontos, que correspondem aos nós do modelo, não sendo possível determinar os deslocamentos de toda a viga, como no caso contínuo;
2. A escolha do número de pontos discretos escolhidos tem influência na representação da configuração da deformada aproximada de todo o conjunto;
3. O comportamento da estrutura entre os nós do modelo depende das propriedades atribuídas ao elemento escolhido, que representa o referido troço da estrutura entre os nós.

Este processo de discretização permite produzir várias equações algébricas em simultâneo que são geradas e resolvidas com o auxílio do computador.

Síntese do procedimento

Uma vez definido o modelo estrutural que melhor simula a estrutura, a configuração da deformada aproximada é determinada por intermédio dos deslocamentos dos nós, para qualquer tipo de estrutura e de carregamento. Do mesmo modo, para uma viga contínua, que corresponde à estrutura em análise do presente trabalho, os parâmetros que descrevem o seu comportamento são os deslocamentos nodais associados a cada apoio externo (equivalente aos graus de liberdade da viga).

4.2 Definição do modelo discretizado utilizado

No presente trabalho apenas foram tratadas vigas bidimensionais, optando-se, por isso, por definir os elementos individuais como elemento de viga, que ligados entre si nos pontos discretos (nós estruturais), constituem a viga contínua. Desta forma, a formulação do modelo discreto equivalente à viga contínua surge quase que espontaneamente, tornando-se o processo de discretização, para o caso em questão, numa etapa aparentemente simples.

A Figura 4.1 (a) representa tridimensionalmente as estruturas-tipo que foram estudadas, designadas habitualmente por estruturas reticuladas¹. Na Figura 4.1 (b) refere-se de uma forma esquemática o modelo que simula a estrutura em causa e a respectiva viga discretizada. É importante ter em consideração que as equações de equilíbrio nos pontos nodais, bem como a condição de que os elementos de viga continuam ligados nesses mesmos pontos após a deformação da viga contínua têm de ser respeitadas, para obter um modelo de cálculo coerente com a estrutura real.

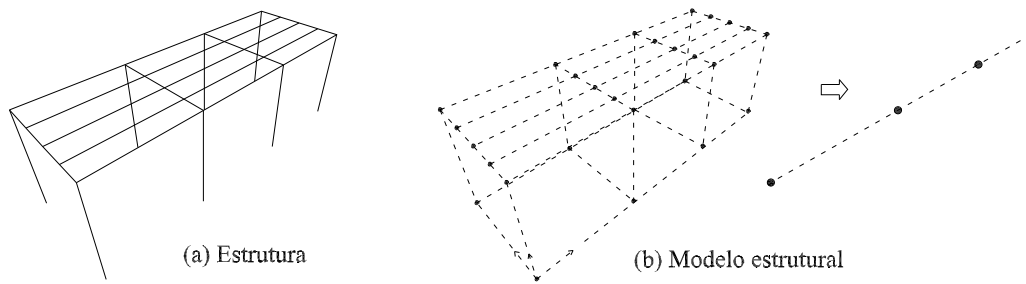


Figura 4.1: (a) Estrutura-tipo do presente trabalho e (b) Modelo ilustrativo da correspondente estrutura e indicação do modelo discretizado da viga contínua.

Este tipo de viga está sujeita fundamentalmente a acções exteriores que actuam ao longo do vão, isto é, entre os nós estruturais, podendo, também, ser aplicadas nos nós, sob a forma de forças pontuais. Contudo, na montagem do sistema de equações de equilíbrio, utilizando a linguagem matricial, ver-se-á adiante que estas acções devem actuar, também, de forma discreta. Estas forças, que traduzem o mesmo efeito das forças aplicadas ao longo do elemento de viga, denominam-se por forças nodais equivalentes.

Desta forma, quando o usuário do programa “*woodstructure*” introduz o valor do carregamento (que engloba as acções permanentes e variável actuantes na estrutura), este é distribuído no vão da viga contínua. Contudo, internamente, o programa substitui este carregamento por acções estaticamente equivalentes (as referidas forças nodais equivalentes), de acordo com a ideia introduzida anteriormente, podendo assim gerar as equações algébricas que permitem determinar os deslocamentos nodais pretendidos.

4.3 Caso particular: Viga bidimensional com rigidez à flexão

4.3.1 Considerações iniciais

Esta secção visa traçar a metodologia detalhada para o caso particular do presente trabalho, isto é, para uma viga contínua cuja geometria, material e acções são, *a priori*, conhecidos.

¹As estruturas reticuladas são constituídas por barras cuja secção transversal apresenta dimensões muito inferiores ao comprimento do seu eixo.

4.3. Caso particular: Viga bidimensional com rigidez à flexão

A estrutura em análise diz respeito a uma viga contínua composta por vigas ligadas umas às outras através das suas extremidades, com apenas rigidez à flexão, ou seja, sob acção de forças de corte e momentos flectores, apresentando por isso deslocamentos apenas no plano da estrutura.

Neste estudo utilizou-se a técnica geral estabelecida na secção anterior. O objetivo é, uma vez mais, determinar a configuração da deformada da viga contínua por intermédio dos deslocamentos nodais, sendo que para tal é necessário conhecer primeiramente a rigidez da viga contínua, devendo esta contabilizar a rigidez de todos os elementos de viga. A base para resolver essa montagem está, então, na formulação do elemento de viga, por intermédio da sua matriz de rigidez. Para isso é crucial compreender a relação entre as forças do elemento de viga e as deformações.

Nesta análise de comportamento atendeu-se ao equilíbrio de forças, à compatibilidade de deslocamentos e, ainda, à compatibilidade do material. As duas primeiras já foram esclarecidas nas secções anteriores, a última lei enumerada, designada por lei das secções planas, estabelece que qualquer secção transversal da viga, que é inicialmente plana, mantém-se plana após a deformação.

É importante reforçar, uma vez mais, que no programa se admitiu que as acções exteriores actuam apenas no interior dos elementos de viga, ou seja, entre os nós estruturais. Contudo, para propósito do estudo da montagem da matriz de rigidez do elemento de viga, que é um dos objetivos desta secção, considera-se que as referidas acções actuam unicamente nos nós da estrutura.

Antes de formular o elemento de viga, definiu-se como eixo x do elemento o eixo que passa pelos centróides das secções transversais ao longo da viga e o eixo y como o eixo que passa pelo centróide da secção e que é perpendicular com o eixo principal. Desta forma, inicia-se o cálculo da matriz de rigidez do elemento de viga, tendo em consideração todos os pressupostos descritos anteriormente.

4.3.2 Matriz de rigidez do elemento de viga

Esta secção destina-se à definição da matriz de rigidez do elemento de viga. Como tal, a Figura 4.2 representa a viga contínua dividida em três elementos, onde os pontos de ligação entre estes são titulados de nós do modelo.

Na mesma figura, particulariza-se o elemento de viga (1), o qual está ligado ao resto da estrutura pelos seus nós de extremidade A e B . Deste modo, optou-se por estudar o comportamento do respectivo elemento isolando-o do resto da viga contínua, por intermédio do seu diagrama de corpo livre. Caso a viga contínua esteja em equilíbrio, o referido elemento também está.

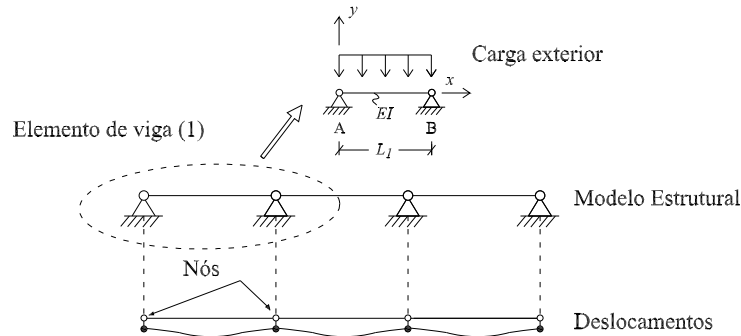


Figura 4.2: Representação do modelo estrutural da viga contínua e particularização do elemento de viga (1).

Dado que a estrutura em análise é uma viga bidimensional com rigidez à flexão, esta transmite apenas forças de corte e momentos flectores segundo o plano xy . Por conseguinte, o equilíbrio do elemento de viga é assegurado por duas forças e por dois momentos flectores, ou seja, é possível dizer que o elemento de viga é caracterizado por quatro forças e quatro deslocamentos.

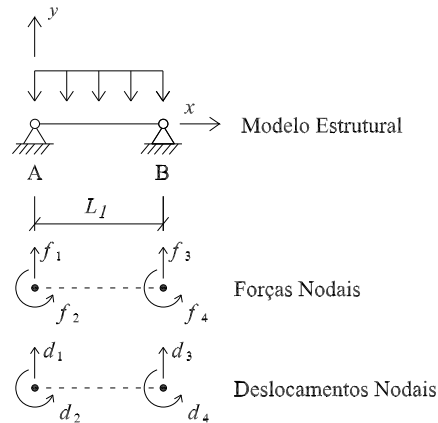


Figura 4.3: Modelo do elemento de viga (1) com indicação das quatro componentes de forças e de deslocamentos.

A matriz de rigidez do elemento de viga corresponde à relação entre estas forças e os respectivos deslocamentos. Na Figura 4.3 estão presentes as referidas forças (duas forças e dois momentos) e os deslocamentos (dois lineares e dois angulares). Note-se que todos os parâmetros representados na figura foram representados no sentido positivo do eixo de referência.

Adoptando uma notação matricial, as forças e os deslocamentos nodais do elemento de viga tomam a forma de vectores com dimensão 4×1 . Note-se que, no caso do vector das forças nodais, os dois primeiros termos representam a força de corte e o momento flector aplicados no nó inicial (nó A) do elemento de viga, sendo os dois restantes termos do vector referentes ao nó final do elemento (nó B).

4.3. Caso particular: Viga bidimensional com rigidez à flexão

$$\begin{array}{ll} \text{Forças nodais} & \{F\} = \{f_1, f_2, f_3, f_4\}^T \\ \text{Deslocamentos nodais} & \{D\} = \{d_1, d_2, d_3, d_4\}^T \end{array}$$

A equação que traduz a relação entre todas as forças, $\{F\}$, e os deslocamentos do elemento finito, $\{D\}$, é expressa pela matriz de rigidez do elemento de viga, $[K]^e$, na seguinte forma:

$$\{F\} = [K]^e \times \{D\} \Rightarrow \begin{Bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ f_4 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} & k_{14} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} & k_{24} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} & k_{34} \\ k_{41} & k_{42} & k_{43} & k_{44} \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ d_4 \end{Bmatrix} \quad (4.1)$$

Resta, portanto, definir os coeficientes k_{ij} da matriz de rigidez do elemento de viga. De uma forma genérica, o coeficiente k_{ij} da matriz de rigidez do elemento finito representa a força no grau de liberdade i devido ao deslocamento unitário imposto ao grau de liberdade j , mantendo-se os restantes graus de liberdade bloqueados.

Nas Figuras 4.4 e 4.5 apresenta-se o resultado físico da definição enunciada acima, observando-se que, sempre que se provoca um deslocamento unitário num grau de liberdade, todos os restantes são bloqueados.

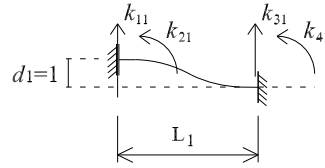


Figura 4.4: Significado físico dos coeficientes k_{i1} da matriz de rigidez do elemento de viga.

Do mesmo modo para os restantes graus de liberdade, tem-se:

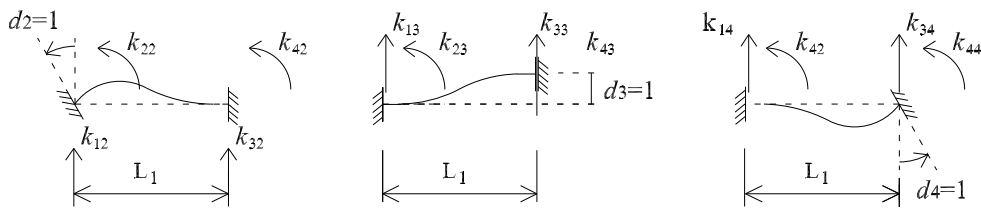


Figura 4.5: Significado físico dos restantes coeficientes da matriz de rigidez do elemento de viga.

Admitindo um deslocamento linear unitário no nó A do elemento de viga (1), $d_1 = 1$, os coeficientes de rigidez tomam as seguintes expressões:

$$k_{11} = k_{31} = \frac{12EI}{L^3} \quad ; \quad k_{21} = k_{41} = \frac{6EI}{L^2} \quad (4.2)$$

Capítulo 4. Método dos Elementos Finitos

onde E corresponde ao módulo de elasticidade do material que constitui a viga contínua, I ao momento de inércia da secção transversal da mesma e L ao comprimento do elemento de viga.

Paralelamente, considerando um deslocamento angular unitário no nó A do elemento de viga (1), $d_2 = 1$, tem-se:

$$k_{12} = k_{32} = \frac{6EI}{L^2} \quad ; \quad k_{22} = \frac{4EI}{L} \quad ; \quad k_{42} = \frac{2EI}{L} \quad (4.3)$$

Considerando a convenção de sinais para os sentidos positivos das forças e deslocamentos nodais, é possível estabelecer a relação entre as forças nodais e os deslocamentos nodais para o elemento de viga (1) com apenas rigidez à flexão:

$$\begin{Bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ f_4 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \\ -\frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} \\ \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ d_4 \end{Bmatrix} \quad (4.4)$$

Note-se, uma vez mais, que o modo como foi formulado este elemento de viga não inclui quaisquer forças e deslocamentos axiais.

4.3.3 Montagem da matriz de rigidez global

O passo seguinte diz respeito à montagem da matriz de rigidez da viga contínua, a partir das matrizes de rigidez de todos os elementos que a compõem.

Recorde-se que o eixo x do elemento de viga, tem sentido da esquerda para a direita estabelecendo, assim, os nós estruturais A e B do elemento como nó inicial e nó final, respectivamente. Esta definição do eixo de orientação é arbitrária, mas permanece inalterada no decorrer do procedimento do método dos deslocamentos.

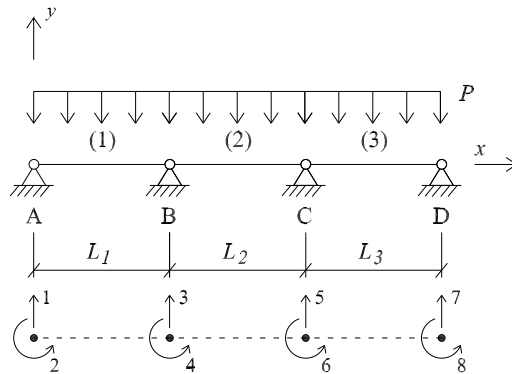


Figura 4.6: Modelo estrutural da viga contínua ilustrada na Figura 4.1(b) e enumeração dos graus de liberdade.

4.3. Caso particular: Viga bidimensional com rigidez à flexão

De modo a facilitar a compreensão do processo de montagem da matriz de rigidez global, ou seja, da matriz de rigidez da viga contínua, observe-se o modelo estrutural na Figura 4.6, que corresponde à viga contínua ilustrada na Figura 4.1(b), onde foram numerados todos os graus de liberdade, seguindo a orientação estabelecida acima, independentemente de qualquer condição de apoio. Tratando-se do mesmo problema, este modelo é constituído por três elementos de viga (elementos finitos), com apenas rigidez à flexão no plano xy .

De acordo com o exposto acima, define-se, primeiramente, a matriz de rigidez dos três elementos da viga. Para obter a matriz de rigidez global (que corresponde à matriz de rigidez da viga contínua) a partir das matrizes de rigidez dos seus elementos, basta adicionar os coeficientes i, j da matriz de cada elemento para a mesma localização i, j da matriz global. Uma vez concluído este procedimento, obtêm-se as equações de equilíbrio do problema.

$$[K] = \begin{bmatrix} k_{11}^1 & k_{12}^1 & k_{13}^1 & k_{14}^1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ k_{21}^1 & k_{22}^1 & k_{23}^1 & k_{24}^1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ k_{31}^1 & k_{32}^1 & k_{33}^1 + k_{11}^2 & k_{34}^1 + k_{12}^2 & k_{13}^2 & k_{14}^2 & 0 & 0 \\ k_{41}^1 & k_{42}^1 & k_{43}^1 + k_{21}^2 & k_{44}^1 + k_{22}^2 & k_{23}^2 & k_{24}^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_{31}^2 & k_{32}^2 & k_{33}^2 + k_{11}^3 & k_{34}^2 + k_{12}^3 & k_{13}^3 & k_{14}^3 \\ 0 & 0 & k_{41}^2 & k_{42}^2 & k_{43}^2 + k_{21}^3 & k_{44}^2 + k_{22}^3 & k_{23}^3 & k_{24}^3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & k_{31}^3 & k_{32}^3 & k_{33}^3 & k_{34}^3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & k_{41}^3 & k_{42}^3 & k_{43}^3 & k_{44}^3 \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

Neste caso particular, inserindo os coeficientes de rigidez de todos os elementos finitos nas linhas e colunas correspondentes, obtêm-se uma matriz de rigidez global com dimensão 8×8 , visto a viga contínua ter 8 graus de liberdade (ver Figura 4.6).

Analisando a matriz de rigidez da viga contínua, $[K]$, constata-se que o coeficiente k_{33} é obtido pela soma de dois coeficientes de rigidez à flexão, sendo que o coeficiente k_{33}^1 representa uma força de corte do elemento de viga (1), enquanto que o coeficiente k_{11}^2 representa, também, uma força de corte na direção y , mas do elemento de viga (2). Interpretando o significado físico deste coeficiente, k_{33} , pode dizer-se que traduz a rigidez do ponto B da viga contínua, segundo a direcção y , obtida pela combinação da rigidez à flexão (força de corte) do elemento finito (1) com a rigidez à flexão (força de corte) do elemento (2).

A mesma técnica de montagem é utilizada para construir o vector das forças nodais $\{F\}$ da viga contínua, que correspondem a um encastramento perfeito, a partir das forças de encastramento perfeito de cada elemento de viga.

4.3.4 Introdução das condições de apoio

Para determinar os descolamentos da viga contínua é, ainda, necessário a introdução das condições de apoio da estrutura, visto ser impossível resolver o sistema de equações, já que, nesta fase, a matriz de rigidez da viga contínua é singular. Esta situação demonstra que a viga não está apoiada, podendo mover-se livremente como um corpo rígido.

Esta secção, tal como a anterior, foca a situação particular de uma viga contínua com apenas rigidez à flexão, não sendo, por isso, analisado qualquer tipo de deslocamento segundo o eixo x .

A introdução das condições de apoio, bem como as reacções dos mesmos, obriga a uma reorganização do sistema de equações. Assim, o vector dos deslocamentos é dividido em dois, o vector dos deslocamentos segundo os graus de liberdade não restringidos (livres) denominado de $\{D_{nr}\}$ e o vector que inclui os restantes deslocamentos, ou seja, os deslocamentos restringidos (bloqueados), $\{D_r\}$. Analogamente, ao vector das forças nodais $\{F\}$ da viga contínua é feito o mesmo raciocínio, mas com um acrescento de um vector que contém as reacções dos apoios, R (Azevedo, 2003). Assim, o sistema de equações passa a ter a seguinte organização:

$$\{F\} = [K] \times \{D\} \Rightarrow \begin{Bmatrix} F_{nr} \\ F_r \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 0 \\ R \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} D_{nr} \\ D_r \end{Bmatrix} \quad (4.6)$$

Note-se que este passo obriga a uma reorganização da matriz de rigidez da viga contínua, isto é, a trocar as linhas e as colunas de $[K]$, sem afectar a igualdade do sistema. No Quadro 4.1 estão expostas as dimensões das várias submatrizes presentes na equação (4.6) onde nr traduz o número de graus de liberdade não restritos (livres) e r o número de graus de liberdade restringidos.

Quadro 4.1: Dimensões das submatrizes presentes no sistema de equações (4.6) (adaptado de Azevedo, 2003).

Submatrizes	Dimensões
K_{11}	$(nr \times nr)$
K_{12}	$(nr \times r)$
K_{21}	$(r \times nr)$
K_{22}	$(r \times r)$
$D_{nr} ; F_{nr}$	$(nr \times 1)$
$D_r ; F_r ; R$	$(r \times 1)$

Diante do novo sistema de equações (4.6) as incógnitas correspondem aos deslocamentos não restringidos, D_{nr} , e ainda às reacções dos apoios, R . Os restantes termos da equação são conhecidos. Efectuando a multiplicação matricial do sistema de equações (4.6) obtêm-se duas equações de equilíbrio na seguinte forma compacta:

$$\{F_{nr}\} = [K_{11}] \times \{D_{nr}\} + [K_{12}] \times \{D_r\} \quad (4.7)$$

$$\{F_r\} + \{R\} = [K_{21}] \times \{D_{nr}\} + [K_{22}] \times \{D_r\} \quad (4.8)$$

Da equação (4.7) é possível determinar os valores do vector dos deslocamentos não restringidos (livres), $\{D_{nr}\}$, dado que a submatriz $[K_{11}]$ é uma matriz quadrada, não singular. Por fim, substituindo os valores obtidos de (4.7) na equação (4.8) e reescrevendo o sistema de equações obtém-se as reacções nos graus de liberdade restringidos.

4.4 Faseamento da análise estrutural

Resumidamente, a análise estrutural realizada neste trabalho, de acordo com o método dos elementos finitos, consistiu no seguinte procedimento, a enumerar:

1. Definição do modelo discretizado;
2. Cálculo da matriz de rigidez de todos os elementos de viga;
3. Montagem da matriz de rigidez global, a partir das matrizes de rigidez dos elementos finitos;
4. Cálculo do vector das forças nodais de todos os elementos de viga;
5. Montagem do vector das forças nodais da viga contínua;
6. Introdução das condições de apoio da viga contínua;
7. Determinação dos deslocamentos nodais mediante a equação matricial (4.7), que traduz as equações de equilíbrio da viga;
8. Cálculo das reacções nos apoios aplicando a equação (4.8).

Capítulo 5

Descrição de um Exemplo de Aplicação ao Programa Desenvolvido

Lista de símbolos

Letras maiúsculas latinas

A altitude do local acima do nível do mar [m]

C_e coeficiente de exposição

CoV coeficiente de variação

C_t coeficiente térmico

E_d efeito de dimensionamento das acções de acordo com a combinação fundamental

$E[X]$ valor médio da variável aleatória X

I momento de inércia segundo o eixo x

M_{rd} valor de dimensionamento do momento resistente

M_{sd} valor de dimensionamento do momento actuante

N número total de simulações

RCP Restantes Cargas Permanentes

$STD[X]$ desvio padrão da variável aleatória X

Z zona climática

Letras minúsculas latinas

a parâmetro da distribuição de Gamma

b parâmetro da distribuição de Gamma

b base da secção transversal da madre

f_m tensão resistente à flexão

f_{md} valor de dimensionamento da tensão resistente à flexão

f_{mk} valor característico da tensão resistente à flexão

g acção permanente por unidade de comprimento

g_k valor característico da acção permanente por unidade de comprimento

h altura da secção transversal da madre

k_h factor de forma

k_{mod} factor de modificação da resistência

l_{inf} largura de influência da acção

n_f número total de falhas

p_f probabilidade de falha

q acção variável por unidade de comprimento

q_k valor característico da acção variável por unidade de comprimento

s acção da neve na cobertura [kN/m^2]

$s_{c,k}$ valor característico da acção da neve ao nível da cobertura [kN/m^2]

s_k valor característico da acção da neve ao nível do solo no local considerado [kN/m^2]

v distância do centro de gravidade da secção à fibra mais traccionada

Letras gregas

β índice de fiabilidade

γ peso volúmico da madeira lamelada colada

γ_G coeficiente parcial de segurança relativo à acção permanente

γ_M coeficiente parcial de segurança relativo ao material

γ_Q coeficiente parcial de segurança relativo à acção variável

μ média

μ_i coeficiente de forma da acção da neve

σ desvio padrão

5.1 Enquadramento

O presente capítulo visa apresentar e descrever o estudo de uma madre de madeira, no âmbito da análise probabilística da segurança e do estudo de robustez, de acordo com os capítulos antecedentes.

A análise da segurança foi efectuada segundo duas linhas de orientação, uma primeira onde se dimensionou a madre através do método proposto pelas normas Europeias, utilizando para a definição das acções o Eurocódigo 1 (CEN, 2003a) e para as propriedades resistentes o Eurocódigo 5 (CEN, 2003b). A segunda linha de orientação consistiu numa análise probabilística, mediante a aplicação do programa desenvolvido, em que as acções e resistências inerentes ao problema foram modeladas como variáveis aleatórias. Quanto ao cálculo da fiabilidade estrutural este foi realizado através do método de simulação de Monte Carlo, aplicando sucessivas análises elásticas lineares.

A estrutura em estudo consiste num sistema porticado em madeira, composto por pórticos com iguais afastamentos entre si, ligados através de madres. A estrutura é analisada considerando dois sistemas estruturais para as madres: madres contínuas e madres simplesmente apoiadas.

Considerou-se que a acção variável condicionante para os Estados Limites Últimos corresponde à neve, devido à localização, à não acessibilidade da cobertura e à sua fraca inclinação. É importante reforçar a ideia de que todas as acções contempladas neste trabalho (peso próprio da madre, peso da cobertura e neve) foram modeladas como variáveis aleatórias na análise probabilística.

O material estrutural escolhido foi a madeira do tipo *Glulam* de classe 24h (GL24h), devido às suas vantagens em termos de resistência e facilidade de utilização e produção face às peças de madeira sólida. Quanto à classe de resistência, a escolha recaiu na classe mais comercializada para estruturas de madeira corrente.

Com base nas metodologias abordadas nos capítulos antecedentes, para a análise probabilística desenvolveu-se um programa assentes em ferramentas de cálculo em MATLAB® (Hanselman, 1997). Todo os pretextos das decisões tomadas na realização do programa são apresentadas ao longo deste capítulo.

5.2 Exposição do problema

O exemplo de estudo consiste numa estrutura composta por cinco pórticos espaçados de seis metros, interligados por madres com afastamento de dois metros, como representado tridimensionalmente na Figura 5.1.

Cada pórtico é composto por dois pilares e uma viga onde são apoiadas as madres de secção transversal constante. Assim sendo, consideram-se dois sistemas estruturais para as

madres: madres contínuas e madres simplesmente apoiadas, sendo que em ambos os sistemas as madres estão assentes nas madres principais dos pórticos.

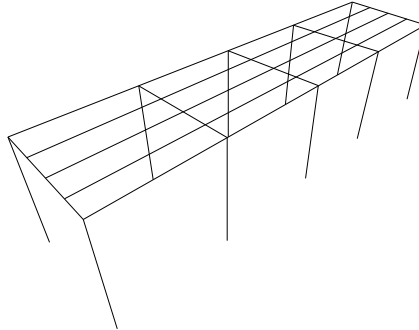


Figura 5.1: Esquema ilustrativo da estrutura adoptada neste trabalho.

Para a cobertura considerou-se um revestimento comum, composto por painéis isotérmicos do tipo *sandwich* em chapa de aço e com alma em poliuretano, que assentam directamente nas madres.

É importante, ainda, fazer um enquadramento geográfico e climático na medida em que assume alguma relevância no cálculo da acção da neve e da resistência do material, respectivamente. Como tal, admitiu-se que a estrutura localiza-se na zona da Guarda a uma altitude de mil metros. Para efeitos climáticos, considerou-se que a estrutura tem uma classe de serviço 2, que é caracterizada por um teor de água da madeira correspondente a uma temperatura de 20 °C e uma humidade relativa do ar ambiente excedendo 85% unicamente durante algumas semanas por ano.

5.3 Modelação estrutural do problema

A primeira etapa de modelagem, no âmbito de madres de madeira, consiste na identificação dos factores que influenciam de maneira relevante o problema. Isto implica a escolha adequada dos princípios físicos (leis fundamentais) e das variáveis dependentes e independentes que descrevem o problema, resultando num modelo matemático constituído por um conjunto de equações.

Deste modo, admite-se para a análise estrutural que as madres são do tipo elemento de Euler-Bernoulli¹ com rigidez à flexão e as vigas principais dos pórticos como apoios móveis. Como foi descrito acima, consideraram-se dois modelos de cálculo bidimensional constituídos por quatro elementos finitos (A), (B), (C) e (D), unidos nos nós estruturais 1, 2, 3, 4 e 5, sujeitos a um carregamento exterior do tipo distribuído por unidade de comprimento, como mostra a Figura 5.2. Note-se que os eixos x e y assumem a mesma orientação do descrito no Capítulo 4.

¹Elemento de Euler-Bernoulli aplica-se em hipótese de pequenas deformações, onde se admite que as secções transversais permanecem planas e perpendiculares à curva neutra.

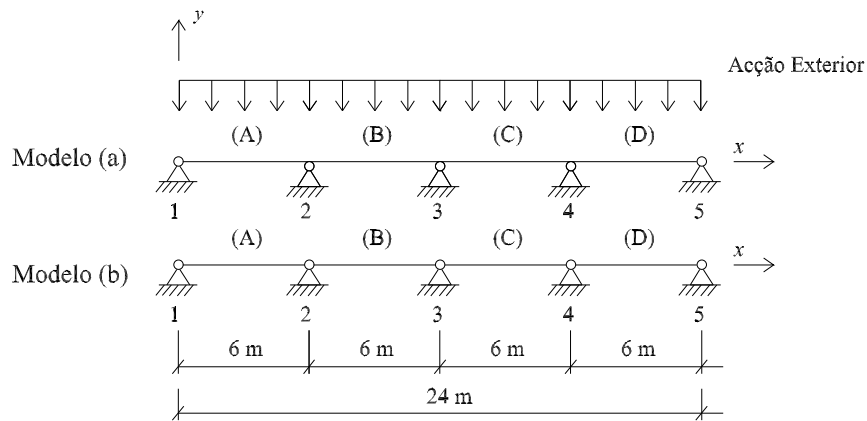


Figura 5.2: Modelos estruturais para as situações: (a) madre contínua (b) madre simplesmente apoiada.

Tratando-se de elementos de madre apenas com rigidez à flexão, de acordo com o exposto no Capítulo 4, apenas se consideram dois graus de liberdade associados a cada nó, ou seja, quatro graus de liberdade por elemento de madre.

Por fim, a análise da segurança foi realizada considerando um comportamento elástico linear, na medida em que a madeira apresenta um comportamento, fundamentalmente, frágil.

5.4 Dimensionamento da madre de acordo com Eurocódigo 5

Sumariamente, esta secção tem como objectivo determinar a mínima secção transversal da madre (contínua e simplesmente apoiada), que verifica a segurança aos Estados Limites Últimos, de acordo com o previsto no Eurocódigo 5 (CEN, 2003b).

Posto isto, iniciou-se o estudo definindo as acções intervenientes conforme o Eurocódigo 1 (CEN, 2003a) e as propriedades resistentes segundo o Eurocódigo 5 (CEN, 2003b).

Acções intervenientes ao problema

As acções consideradas no presente problema foram: peso próprio da madre, peso da cobertura, sobrecarga de utilização e neve, não estando, por isso, as acções resultantes dos efeitos do vento e do sismo no âmbito deste estudo.

Deste modo, considerou-se:

- acção permanente, g , que contempla o peso próprio da madre e o peso da cobertura;
- acção variável, q , onde se ponderou primeiramente duas hipóteses alternativas:
 1. Sobrecarga de utilização actuando uniformemente em toda a madre;
 2. Neve actuando, também, sob a forma de acção uniformemente distribuída em toda a madre.

Capítulo 5. Descrição de um Exemplo de Aplicação ao Programa Desenvolvido

Na análise de segurança, entendeu-se que as duas acções variáveis não podem ocorrer em simultâneo, dado que a sobrecarga corresponde a uma situação de reparação da estrutura, que não ocorrerá num período de queda de neve intensa. A comparação do valor das acções da neve e da sobrecarga mostrou que a primeira é claramente condicionante.

Acções permanentes

As acções permanentes caracterizam-se, geralmente, por cargas distribuídas. Este tipo de acções apresenta em geral pequena variabilidade, estando, por isso, definido nas actuais normas por um valor característico que corresponde ao valor médio ($g_k = g_m$).

Contudo, a norma corrente contempla uma margem para a variabilidade das acções permanentes por meio da introdução de coeficientes de segurança, γ_G , associada sobretudo ao processo construtivo, ao tipo de controlo e aos erros do modelo estrutural, visto que o peso específico dos materiais apresenta variações praticamente insignificantes. Desta forma, a norma define valores de cálculo $g_d = \gamma_G \times g_k$, onde o coeficiente γ_G toma um valor de 1,35.

No Quadro 5.1 são apresentados os valores característicos das acções permanentes que se utilizaram neste trabalho para o dimensionamento da secção transversal da madre.

Quadro 5.1: Quantificação admitida para as acções permanentes.

Acções permanentes	Quantificação
Peso próprio *	3,80 kN/m^3
RCP **	0,50 kN/m^2
(*) Peso volúmico da madeira lamelada colada GL24h segundo CEN (2003a) (ver Quadro 3.1).	
(**) RCP Restantes Cargas Permanentes que incluem o peso da cobertura.	

Acção variável (neve)

A neve ocorre em situações excepcionais e durante um espaço de tempo curto ou moderado, mas com frequência suficiente para que seja necessário considerá-la.

De acordo com os actuais Eurocódigos, os valores de cálculo para as acções variáveis, q_d , são determinados a partir dos valores característicos, q_k , pela seguinte relação $q_d = \gamma_Q \times q_k$ onde o coeficiente γ_Q toma um valor de 1,50.

A acção da neve é quantificada com base em dois valores, peso da neve ao nível do solo e peso ao nível da cobertura. A acção da neve ao nível da cobertura é considerada como uma acção distribuída, $s_{c,k}$, cujo valor característico por metro quadrado no plano horizontal ao nível da cobertura, de acordo com o Eurocódigo 1 (CEN, 2003a), é dado por:

$$s_{c,k} = \mu_i \times C_e \times C_s s_k \quad (5.1)$$

5.4. Dimensionamento da madre de acordo com Eurocódigo 5

onde μ_i é o coeficiente de forma da cobertura, C_e é o coeficiente de exposição, C_t é o coeficiente térmico e s_k é o valor do peso da neve ao nível do solo.

Para uma cobertura, de acordo com o descrito na Secção 5.2, admitiu-se que $\mu_i = 0,8$, $C_e = 1,0$ e $C_t = 1,0$ resultando, por isso, nos valores representados no Quadro 5.2, sendo os mesmos distribuídos uniformemente sobre a cobertura. No Anexo A todo este procedimento é apresentado em detalhe.

Quadro 5.2: Quantificação admitida para a acção variável.

Neve ao nível do solo (s_k)	1,323 kN/m^2
Neve ao nível da cobertura ($s_{c,k}$)	1,058 kN/m^2

Na definição do posicionamento e da distribuição das acções RCP e neve, as mesmas foram definidas como acções uniformemente distribuídas por unidade de área, contudo o modelo de cálculo deliberado admite apenas acções distribuídas por unidade de comprimento (ver Figura 5.2), sendo, por isso, necessário afectar as mesmas pela largura de influência, l_{inf} .

No Quadro 5.3 descreve-se, de forma abreviada, o cálculo das acções consideradas neste problema, onde b e h traduzem a base e a altura, respectivamente, da secção transversal da madre, γ o peso volúmico da madeira lamelada colada, RCP o peso da cobertura, $s_{c,k}$ o valor da neve ao nível da cobertura e, finalmente, l_{inf} a largura de influência das acções.

Quadro 5.3: Descrição das acções consideradas no problema.

Acção permanente (g)	$\gamma \times b \times h + RCP \times l_{inf}$ [kN/m]
Acção variável (q)	$s_{c,k} \times l_{inf}$ [kN/m]

Combinações de acções consideradas

No dimensionamento da secção transversal da madre, apenas se analisou a Combinação Fundamental, na verificação da segurança aos Estados Limites Últimos para uma situação STR, uma vez que nesta fase procurou-se garantir a verificação de falha estrutural, não sendo, por isso, abrangida qualquer situação accidental.

Deste modo, conforme o Eurocódigo 5 (CEN, 2003b), o valor de dimensionamento do efeito das acções, E_d , para os Estados Limites Últimos é dado pela seguinte equação:

$$E_d = \sum \gamma_G \times g_k + \sum \gamma_Q \times q_k \quad (5.2)$$

Como já mencionado acima, os coeficientes parciais empregues foram os seguintes: 1,35 para acções permanentes e 1,50 para a acção variável. Para a determinação dos esforços actuantes utilizou-se o programa SAP 2000.

Propriedade resistente

Como referido anteriormente, a madeira escolhida neste trabalho tem a denominação de GL24h, onde “GL” é a abreviatura para a denominação internacional do lamelado colado, *glulam*, “24” é a tensão resistente à flexão em MPa e “h” é devido à secção transversal ser homogénea.

Os parâmetros resistentes do material dependem da classe, como descrito na Secção 3.5. No Quadro 3.1 são indicadas as propriedades mecânicas resistentes da madeira do tipo *Glulam* de classe 24h.

No caso do dimensionamento aos Estados Limites Últimos, o valor de cálculo da propriedade em questão da madeira é definido como (CEN, 2003b):

$$f_{md} = f_{mk} \times \frac{k_h \times k_{mod}}{\gamma_M} \quad (5.3)$$

onde k_{mod} corresponde ao coeficiente que modela o efeito da duração das acções e do teor de água, apelidado por factor de modificação da resistência (ver Quadro 5.4), k_h é o coeficiente que tem em conta o volume, designado por factor de forma, f_{mk} é o valor característico da tensão resistente da madeira à flexão e, por fim, γ_M é o coeficiente parcial de segurança relativo ao material, que de acordo com o Eurocódigo 5 (CEN, 2003b) toma o valor de 1,25 para elementos estruturais de madeira.

O coeficiente k_h varia consoante o material escolhido e com a altura de referência do mesmo. No caso de lamelados colados, segundo o Eurocódigo 5 (CEN 2003a), a altura de referência corresponde a 600 milímetros e o coeficiente é dado por:

$$k_h = \min \left\{ \begin{array}{l} (600/h)^2 \\ 1,1 \end{array} \right. \quad (5.4)$$

em que h é a altura da secção transversal em milímetros. É importante salientar que este coeficiente, k_h , é considerado neste problema, visto o parâmetro de resistência em questão, tensão resistente à flexão, estar associado à resistência à tracção.

O valor do factor de modificação, k_{mod} , corresponde ao valor da acção com menor período de tempo, no caso em questão diz respeito à acção da neve, a qual foi considerada com uma duração curta, resultando, assim, num valor de 0,9 (ver Quadro 5.4).

Posto isto, o valor de cálculo da tensão resistente à flexão (f_{md}) admitido para o dimensionamento da madre (contínua e simplesmente apoiada) dependeu, exclusivamente, da altura definida para a secção transversal. Perante este cenário, a escolha da altura da secção transversal foi crucial na análise de segurança da madre.

5.4. Dimensionamento da madre de acordo com Eurocódigo 5

Quadro 5.4: Valores do factor de modificação da resistência, k_{mod} , para lamelados colados (adoptado de CEN, 2003b).

Classe de duração	Exemplo da acção	Classe de serviço		
		1	2	3
Permanente	Peso próprio	0,60	0,60	0,50
Longa duração	Equipamentos	0,70	0,70	0,55
Média duração	Neve	0,80	0,80	0,65
Curta duração	Vento e neve	0,90	0,90	0,70
Instantânea	Vento e acções acidentais	1,10	1,10	0,90

Condição de segurança para o limite máximo admissível de acordo com o Eurocódigo 5 (CEN, 2003b)

Em continuidade com a Secção 2.6.1, a condição de segurança imposta traduz-se na seguinte inequação $M_{sd} \leq M_{rd}$. O momento actuante, M_{sd} , como já foi ditado acima foi apurado com o auxílio do programa de cálculo estrutural SAP 2000, de acordo com as linhas de orientação descritas nesta secção. O momento resistente, M_{rd} , é definido pela literatura pela seguinte equação:

$$M_{rd} = \frac{f_{md} \times I}{v} \quad (5.5)$$

onde I corresponde ao momento de inércia, que para uma secção rectangular assume a forma $(b \times h^3)/12$, segundo o eixo x e v é a distância do centro de gravidade à fibra mais tracionada, resultando por isso em $h/2$.

O esforço de corte não foi analisado, uma vez que a estrutura e as acções envolvidas neste problema originam valores reduzidos deste tipo de esforço, incapazes de provocar falha da madre. O esforço de torção não faz sentido ser contemplado, dado que se trata de uma madre que se desenvolve ao nível de um plano, sendo as acções segundo esse mesmo plano.

Dimensões da secção transversal da madre

As dimensões obtidas da madre para os dois modelos estruturais considerados são apresentadas no Quadro 5.5, estando de acordo com as considerações acima apresentadas. Como foi referido anteriormente, apenas se admitiu a existência de esforços de flexão numa única direcção vertical (yy), conduzindo assim a análise da segurança para uma verificação da flexão simples.

Quadro 5.5: Dimensões da madre escolhidas para a verificação da segurança, utilizadas posteriormente numa análise probabilística.

Modelo estrutural	Base [mm]	Altura [mm]
Madre contínua	120	220
Madre simplesmente apoiada	120	240

5.5 Avaliação do problema mediante análise probabilística

5.5.1 Considerações gerais para aplicação do programa desenvolvido

No âmbito da análise de carácter probabilístico, como foi dito anteriormente, definiram-se os valores das acções e das resistências com base em distribuições de probabilidade, fixadas pelo código modelo do JCSS (2001b). Houve, contudo, primeiramente, uma necessidade de um tratamento estatístico, de modo a determinar os parâmetros de cada distribuição. Uma vez ultrapassada esta etapa, o problema passou a ser resolvido de modo análogo ao exposto na Secção 5.4.

Partindo destes pressupostos, as distribuições de probabilidade utilizadas na definição do comportamento estrutural em função das características mecânicas dos materiais e das acções actuantes foram: distribuição Normal, distribuição Gamma e distribuição Lognormal. Estas distribuições de probabilidade encontram-se descritas no Anexo B.

É importante referir que as propriedades geométricas mantiveram-se com carácter determinístico.

5.5.2 Rediscretização do modelo estrutural

Na Secção 5.3 (ver Figura 5.2), a madre foi discretizada em quatro elementos finitos, considerando que todos eles apresentam iguais características geométricas e de acções. Contudo, em problemas reais de estruturas de madeira é notório que estes factores (geometria, acções e propriedades da madeira) apresentam uma variabilidade espacial, ou seja, as respectivas variáveis aleatórias não oferecem um comportamento constante ao longo da estrutura. Deste modo, julga-se essencial atender a esta variabilidade espacial, na definição do procedimento de avaliação da segurança a adoptar no programa desenvolvido.

Posto isto, é importante escolher uma malha de elementos finitos e uma malha para o campo aleatório que melhor se adequa ao problema a analisar, não só para traduzir, de uma forma satisfatória, o comportamento estrutural e a variabilidade espacial, mas, também, para a eficiência do processo de cálculo. É conveniente ter algum cuidado caso se opte por uma discretização excessiva da variabilidade espacial, pois esta escolha pode implicar um acréscimo significativo no volume de cálculo, resultante do grande número de variáveis aleatórias consideradas.

No presente trabalho, de modo a reduzir o código do programa e tornar o mesmo menos moroso, optou-se por utilizar a mesma malha para os elementos finitos e para o campo aleatório. Assim sendo, para o cálculo de esforços bem como para a definição da propriedade mecânica considerou-se uma discretização de dois elementos finitos compreendidos entre os vários apoios da estrutura, ou seja, a madre foi dividida em 8 elementos de viga, com igual comprimento (ver Figura 5.3). O eixo x , uma vez mais, está de acordo com o proposto no Capítulo 4,

5.5. Avaliação do problema mediante análise probabilística

bem como, com o exposto no Eurocódigo 5, o qual defende que a orientação deste eixo deve coincidir com a fibra da madeira.

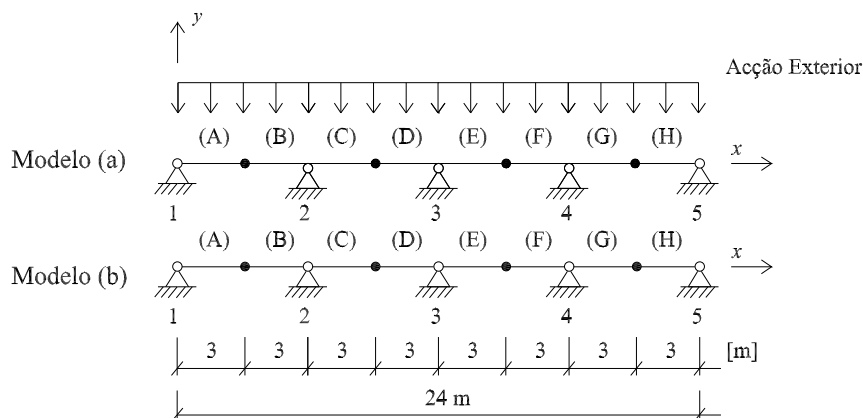


Figura 5.3: Rediscretização da madre para as situações (a) contínua e (b) simplesmente apoiada.

É importante reforçar que o problema em concreto é relativamente simples, na medida em que o mesmo apresenta um número de graus de liberdade reduzido (quatro graus de liberdade por elemento finito), bem como um baixo número de variáveis aleatórias, permitindo assim usar com êxito o método de simulação de Monte Carlo, visto ser a análise estrutural pouco pesada em termos computacionais.

5.5.3 Identificação das variáveis aleatórias do problema

O conjunto de variáveis, que são descritas de seguida, estão divididas de acordo com a sua natureza em: variáveis associadas às acções e variáveis associadas ao comportamento mecânico da madeira.

Variáveis aleatórias associadas às acções:

- Peso próprio e RCP sobre a forma de acções uniformemente distribuídas, g ;
- Neve, também, uniformemente distribuída aplicada segundo as hipóteses descritas na Secção 5.4, s .

Variável aleatória associada ao comportamento mecânico da madeira:

- Tensão resistente à flexão, f_m .

Note-se, uma vez mais, que neste trabalho procurou-se utilizar o modelo matemático o mais coerente possível com a realidade, definindo-se, por isso, a variável associada ao comportamento mecânico da madeira com uma distribuição de variabilidade espacial ao longo da

madre igual à malha de elementos finitos (isto é, para cada elemento finito definem-se duas variáveis com o mesmo tipo de distribuição de probabilidade; por exemplo, para o elemento (A): o nó inicial está associado a f_{m1} e o nó final a f_{m2} , do mesmo modo para o elemento (B): o nó inicial está associado a f_{m3} e o nó final a f_{m4} , etc.). Esta consideração deveu-se, fundamentalmente, ao facto da madeira ser um material heterogéneo e, ainda, à possibilidade das peças estruturais terem diferentes proveniências.

5.5.4 Caracterização das acções e resistência intervenientes

As acções intervenientes foram descritas de acordo com diferentes fontes bibliográficas. Enquanto a acção variável (neve) foi descrita de acordo com Brites *et al.* (2008), a tensão resistente foi definida através da distribuição de probabilidade imposta pelo código modelo Joint Committee on Structural Safety (JCSS).

Distribuição Normal

A acção permanente, que contempla o peso próprio e a RCP, foi definida como distribuição Normal, com um coeficiente de variação de 10%. A escolha do valor do coeficiente de variação, para este tipo de acção, deveu-se, sobretudo, às pequenas variações destas acções, dado que não é expectável que para cobertura composta por elementos pré-fabricados, ocorram grandes variações de peso.

Tratando-se de uma análise da segurança simulada mediante o método Monte Carlo, foi forçoso transformar os parâmetros das distribuições de probabilidade Gamma e Lognormal (que descrevem a acção da neve e a tensão resistente da madre, respectivamente) em médias e desvios padrão, ou seja, transformar as respectivas distribuições em distribuições Normais equivalentes.

Cálculo dos parâmetros da distribuição Gamma

Tendo como base o valor característico da neve apresentado no Quadro 5.2, determinaram-se os parâmetros da distribuição de probabilidade correspondente. Segundo Brites *et al.* (2008), a distribuição que descreve de forma mais objectiva a neve é a distribuição Gamma, com um coeficiente de variação de 0,40. Segue-se a determinação da média, μ , e do desvio padrão, σ , tendo em consideração o conceito de coeficiente de variação, CoV , descrito na Secção 2.5.1:

$$CoV = \sigma/\mu \Leftrightarrow 0,4 = \frac{\sqrt{ab}}{ab} \Leftrightarrow 0,4 = \frac{1}{\sqrt{a}} \Rightarrow a = 6,25 \quad (5.6)$$

Para a determinação do parâmetro b aplicou-se o método da Bissecção. Segundo o Eurocódigo 1, o valor de s_k (valor característico da acção da neve ao nível do solo) corresponde ao valor do percentil de 98% da distribuição acumulada (ver Figura 5.4).

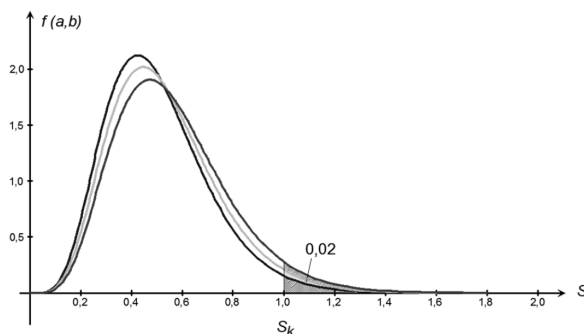


Figura 5.4: Processo de obtenção do parâmetro b numa distribuição Gamma, sabendo o valor característico s_k e o parâmetro a .

$$F_S(s_{0,98}) = 0,98 \Leftrightarrow F_S(1,323) = 0,98 \Rightarrow b = 0,107 \quad (5.7)$$

Cálculo dos parâmetros da distribuição Lognormal

O Joint Committee on Structural Safety (JCSS) publicou em 2006 um documento referente ao estudo da variabilidade das propriedades estruturais da madeira. Neste documento as propriedades estruturais da madeira estão definidas em função de três propriedades fundamentais da madeira, cuja determinação foi efectuada através de ensaios, sendo estas denominadas de propriedades de referência: tensão resistente à flexão (f_m), módulo de elasticidade à flexão (E_m) e, ainda, o peso volúmico médio (ρ_m). As restantes variáveis representativas das propriedades resistentes da madeira são calculadas através de relações preestabelecidas.

Contudo, deste documento apenas se utilizou o valor do coeficiente de variação da tensão resistente à flexão, para uma madeira do tipo *glulam*, que corresponde a 0,15.

Uma vez mais, partindo do coeficiente de variação e do valor característico, e sabendo ainda que a distribuição é Lognormal, obtêm-se os parâmetros μ e σ , recorrendo ao método da Bissecção até obter o valor do percentil 5%.

Concluída a determinação dos parâmetros necessários à caracterização das distribuições de probabilidade associadas, que descrevem as variáveis aleatórias do presente problema, o Quadro 5.6 sintetiza as médias e os desvios padrão utilizados no problema.

Quadro 5.6: Escolha dos tipos de distribuições de probabilidade utilizadas e respectivas médias e desvios padrão.

Variável aleatória	Distribuição	Média	Desvio padrão
Peso próprio	Normal	$E[\gamma] = 3,80$	$STD[\gamma] = 0,38$
RCP	Normal	$E[RCP] = 0,50$	$STD[RCP] = 0,05$
Neve	Gamma	$E[s] = 0,69$	$STD[s] = 0,27$
Tensão de flexão	Lognormal	$E[f_m] = 31000$	$STD[f_m] = 4650$

Note-se que o cálculo da propriedade resistente intrínseca a este problema (tensão resistente à flexão) foi efectuada de modo análogo ao exposto na Secção 5.4, sendo que a decisão sobre o valor do factor de modificação e o valor do factor de forma prevalece.

5.5.5 Avaliação da segurança estrutural

A utilização de uma abordagem probabilística, baseada nas metodologias descritas no Capítulo 2, implica que a condição de segurança seja definida em termos de probabilidades de ocorrência, ao invés da utilização dos valores característicos e de cálculo.

Assim, nesta secção, definem-se as acções actuates na madre, S , como a soma das variáveis aleatórias correspondentes às acções permanentes e à acção variável, de acordo com os valores médios e os desvios padrão apresentados no Quadro 5.6, expressa da seguinte forma:

$$S = \sum N(g) + \sum N(q) \Leftrightarrow S = (b \times h) \times N(\gamma) + l_{inf} \times N(RCP) + l_{inf} \times N(s) \quad (5.8)$$

onde b e h correspondem às dimensões da secção transversal da madre determinadas na Secção 5.4, l_{inf} à largura de influência das acções e $N(\gamma)$, $N(RCP)$ e $N(s)$ são as variáveis aleatórias que representam o peso próprio, as RCP e a neve, respectivamente.

A capacidade resistente, R , é definida, exclusivamente, pela variável aleatória da resistência à flexão, de acordo com a seguinte equação:

$$R = (k_h \times k_{mod}) \times N(fm) \quad (5.9)$$

onde k_{mod} e k_h correspondem ao factor de modificação da resistência e ao factor de forma, respectivamente e $N(fm)$ à variável aleatória da tensão resistente.

Cumprindo a discretização escolhida para a análise probabilística (ver Secção 5.5.2), para cada simulação o programa fornece um valor aleatório da acção actuante S (que contempla as acções permanentes - peso próprio e RCP - e a acção variável - neve) e 16 valores aleatórios associados à tensão resistente à flexão R , correspondendo dois valores por cada elemento finito.

O processo de determinação dos esforços actuates, M_S , é análogo ao descrito no Capítulo 4, sendo que presentemente a acção exterior, S , assume o referido valor aleatório de cada simulação. Os esforços resistentes, M_R , são determinados mediante a equação (5.5).

Nesta fase do trabalho, a avaliação da segurança estrutural é tratada de acordo com os conceitos de probabilidade de falha e dos princípios de fiabilidade, descritos no Capítulo 2. Assim, o principal objectivo desta secção é obter uma função estado limite, dentro dos pressupostos apresentados ao longo deste capítulo, para posterior análise da fiabilidade estrutural através do índice de fiabilidade.

Probabilidade de falha

A probabilidade de ocorrência do estado limite, é expressa pela seguinte inequação:

$$P(M_R - M_S \leq 0) \leq p_f \quad (5.10)$$

onde M_R traduz os momentos resistentes da madre e M_S os momentos actuates da mesma, definidas pelas variáveis aleatórias descritas anteriormente, P é a função de probabilidade e p_f é a probabilidade admissível para violar o estado limite (vulgarmente designada por probabilidade de falha).

A probabilidade de falha é estimada por:

$$p_f = \frac{n_f}{N} \quad (5.11)$$

onde N corresponde ao número de simulações admitidas, que no presente estudo são 10^6 e n_f diz respeito ao número de simulações onde o programa constatou haver falha da madre.

O número de simulações é determinante na obtenção de resultados fidedignos. No Capítulo 2 são expostos alguns, contudo na fase de programação apenas se admitiu a abordagem mencionada por Shooman (1968), o qual define o erro admissível pela seguinte equação:

$$erro(\%) = 200 \times \sqrt{\frac{1 - p_f}{N \times p_f}} \quad (5.12)$$

Caso o erro de probabilidade de falha seja inferior a 5%, julga-se que o modelo escolhido é um bom modelo, podendo-se prosseguir com uma análise do índice de fiabilidade da madre.

Índice de fiabilidade

O índice de fiabilidade, que traduz a avaliação da segurança para o caso em estudo, é determinado pela inversa da distribuição Normal reduzida, $\Phi(\cdot)$, da probabilidade de falha:

$$\beta = -\Phi^{-1}(p_f) \quad (5.13)$$

Como já foi referido, o programa tem a limitação de 8×10^5 ciclos de cálculo, número este que se revelou insuficiente, quando o índice de fiabilidade é alto, para atingir as 400 falhas. Para os casos em que tal aconteceu, a probabilidade de falha passou a ser dada, em função do índice de fiabilidade, β , por:

$$p_f^* = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \times \exp\left(-\frac{\beta^2}{2}\right) \quad (5.14)$$

Avaliação da segurança dos modelos estruturais

No Quadro 5.7 são expostos a probabilidade de falha e o índice de fiabilidade para os dois modelos estruturais para 10^6 ciclos. De acordo com estes resultados oferecidos pelo programa desenvolvido, para as mesmas condições de solicitações, o modelo estrutural que é mais propício à ocorrência de falha corresponde à madre contínua.

Quadro 5.7: Verificação da segurança obtida pelo programa para os dois modelos estruturais.

Modelo estrutural	Probabilidade de falha, p_f	Índice de fiabilidade, β
Madre contínua	$1,1 \times 10^{-5}$	4,34
Madre simplesmente apoiada	2×10^{-6}	4,61

Note-se que os valores da probabilidade de falha, apresentados no Quadro 5.7, não caracterizam necessariamente o número de falhas reais para estruturas idênticas aos modelos analisados, dado que no cálculo não foram abordados alguns fenómenos fundamentais, nomeadamente erros humanos que acontecem nas várias fases da vida da estrutura, os quais são extraordinariamente difíceis de quantificar probabilisticamente.

Quando comparados os índices de fiabilidade apresentados nos regulamentos, anteriormente referidos (Eurocódigo 0 e JCSS), adverte-se que o Eurocódigo 0 apresenta valores mais conservativos, na maioria um valor a mais, comparativamente ao JCSS. Deste modo, preferiu-se apenas examinar se os índices de fiabilidade obtidos são superiores aos mínimos impostos pelo Eurocódigo 0, para os Estados Limites Últimos.

Na definição da classe de fiabilidade, para a estrutura em causa optou-se por CC2, dado que a mesma trata de um edifício público com consequências de colapso médias em termos de perdas de vidas humanas e de consequências económicas e ambientais medianamente importantes. Como apresentado na Secção 2.5.3, o valor mínimo admitido para o índice de fiabilidade é de 4,7, visto que os valores aleatórios do presente trabalho correspondem a um período de referência de 1 ano (ver Quadro 5.8).

Quadro 5.8: Valores mínimos recomendados para o índice de fiabilidade, β , para ELU (adaptado de CEN, 2001).

Classe de fiabilidade	Período de referência de 1 ano	Período de referência de 50 anos
CC3	5,2	4,3
CC2	<u>4,7</u>	3,8
CC1	4,2	3,3

Perante os valores expostos no Quadro 5.7 face ao valor mínimo admissível para o índice de fiabilidade da estrutura em causa, julga-se que os valores são razoáveis, confirmando-se, assim, a adequação dos coeficientes de segurança definidos nos regulamentos.

5.5. Avaliação do problema mediante análise probabilística

O sistema estrutural do tipo simplesmente apoiado, geralmente, é mais dispendioso que o sistema estrutural contínuo, em termos de material de construção, para uma mesma extensão. Esta constatação deve-se ao facto do primeiro sistema estrutural prestar momentos a meio vão expressivamente superiores quando comparados com os momentos dos apoios do segundo sistema estrutural, desta forma é necessário uma maior secção transversal no sistema estrutural do tipo simplesmente apoiado. Contudo, o sistema estrutural do tipo simplesmente apoiado é mais fácil de transportar do que o sistema estrutural do tipo contínuo, na medida em que os elementos de grande vão são sempre complicados de conduzir.

Capítulo 6

Análise do Colapso Progressivo Aplicado ao Problema do Capítulo 5

Lista de símbolos

Letras maiúsculas latinas

C custo

C_{Dir} custo directo

C_{Ind} custo indirecto

C matriz de correlação relativa à hipótese de correlação escolhida

E evento

$E[X]$ valor médio da variável aleatória X

$H.C.i$ hipótese de correlação i da variável aleatória f_m

$H.F.i$ hipótese de falha i

N número total de simulações

R risco

R_i risco do cenário de colapso i

RCP Restantes Cargas Permanentes

S_i secção i onde ocorre falha

$STD[X]$ desvio padrão da variável aleatória X

X_C conjunto de variáveis X correlacionadas

X^T transposta do conjunto de variáveis independentes X

Letras minúsculas latinas

- f_m tensão resistente à flexão
 f_{mk} valor característico da tensão resistente à flexão
 k_h factor de forma
 k_{mod} factor de modificação da resistência
 l_i comprimento colapsado
 n_f número total de falhas
 p_f probabilidade de falha
 s acção da neve

Letras gregas

- β índice de fiabilidade
 γ peso volúmico da madeira lamelada colada
 μ_{fm} média da tensão resistente
 σ_{fm} desvio padrão da tensão resistente

6.1 Enquadramento

O objectivo deste trabalho é a análise da segurança de madres de madeira em situações acidentais, não consideradas no dimensionamento. Deste modo, o presente capítulo tem como finalidade o estudo do comportamento da madre tratada no Capítulo 5, numa perspectiva probabilística, aquando da existência de imperfeições ou falhas localizadas. Estes defeitos e falhas localizadas foram modelados por remoção de apoios estruturais da referida madre.

A análise é realizada considerando os critérios de resistência descritos no Eurocódigo 5 (CEN, 2003b), utilizados no Capítulo 5, com o objectivo de obter uma função estado limite, para posterior análise da fiabilidade estrutural. Todo o tratamento de dados está assente em conceitos de probabilidade de falha e dos princípios da fiabilidade estrutural, apresentados no Capítulo 2.

Dado que a madre a analisar corresponde à descrita no Capítulo 5, as acções permanentes e variável assumem os valores apresentados nos Quadro 5.1 e Quadro 5.2, respectivamente.

Em relação à resistência estrutural, esta sofre alteração na medida em que se considera que, aquando da ocorrência de uma falha, a duração da acção da neve é instantânea resultando, por isso, num aumento do valor de k_{mod} para 1,10. Todos os restantes parâmetros associados à resistência estrutural foram considerados como o descrito no Capítulo 5.

Para o presente estudo, recorreu-se, uma vez mais, ao programa de cálculo desenvolvido que inclui o método dos elementos finitos para a determinação dos esforços e o método de

simulação de Monte Carlo para o cálculo da fiabilidade estrutural das estruturas danificadas, aplicando sucessivas análises elásticas lineares.

A Figura 6.1 relembra os modelos estruturais utilizados no capítulo antecedente, visto estes serem utilizados no estudo do colapso progressivo, que será tratado neste capítulo do trabalho.

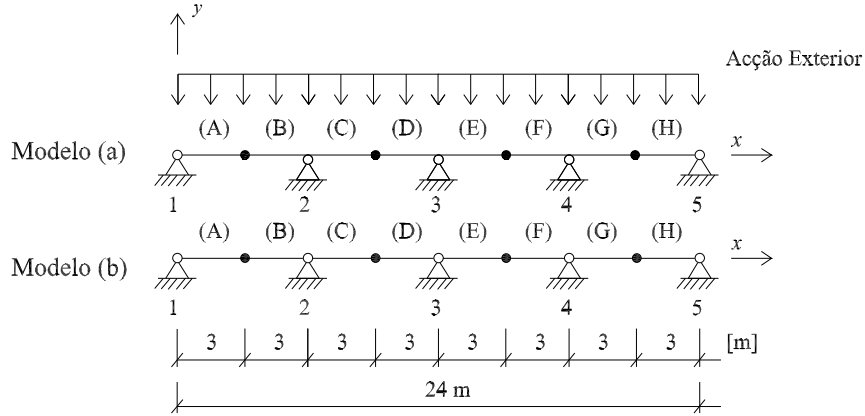


Figura 6.1: Modelos da madre para as situações (a) contínua e (b) simplesmente apoiada.

6.2 Análise da madre abordada no Capítulo 5

6.2.1 Considerações iniciais

Nesta fase de análise procurou-se quantificar a segurança de forma mais realista. Assim, para o problema em concreto, admite-se que os oito elementos finitos, que compõem a madre em análise (ver Figura 6.1), provêm da mesma fábrica e do mesmo tipo de madeira. Deste modo, as propriedades mecânicas dos referidos elementos de madre são pouco alteráveis existindo, por isso, uma correlação entre os valores da variável aleatória que representa a tensão resistente, ao longo da madre.

De forma a analisar a influência da correlação desta variável aleatória, f_m , consideram-se três possíveis hipóteses de correlação.

Hipótese de correlação 1

A primeira hipótese de correlação admite que as tensões resistente à flexão, f_m , das secções a meio vão têm uma correlação de 0,99 e as restantes têm correlação nula (i.e., as secções (2) e (3) da madre têm uma correlação de 0,99, do mesmo modo as secções (6) e (7) etc. além disso, as secções (4) e (5), (8) e (9) etc. têm uma correlação de 0).

Este tipo de correlação não é realista, no entanto julgou-se necessária de forma a limitar inferiormente os valores da correlação, garantindo a compatibilidade das tensões resistentes em pontos comuns a mais de um elemento finito.

Hipótese de correlação 2

Nesta hipótese considerou-se que a tensão resistente à flexão, f_m , dos elementos de madre compreendidos entre apoios têm uma correlação de 0,99 e, ainda, os elementos compreendidos entre os apoios sucessivos possuem uma correlação de 0 (isto é, as secções (1), (2), (3) e (4) da madre têm uma correlação de 0,99, do mesmo modo as secções (5), (6), (7) e (8) etc., além disso, as secções (4) e (5), (8) e (9) etc. têm uma correlação de 0). Por outras palavras, considera-se que a resistência da madre é constante em cada vão, mas independente entre vãos.

Hipótese de correlação 3

Por fim, a hipótese de correlação 3 admite que a tensão resistente à flexão, f_m , de todos os elementos de madre apresentam uma correlação de 0,99. A Figura 6.2 apresenta esquematicamente as três hipóteses de correlação descritas anteriormente.

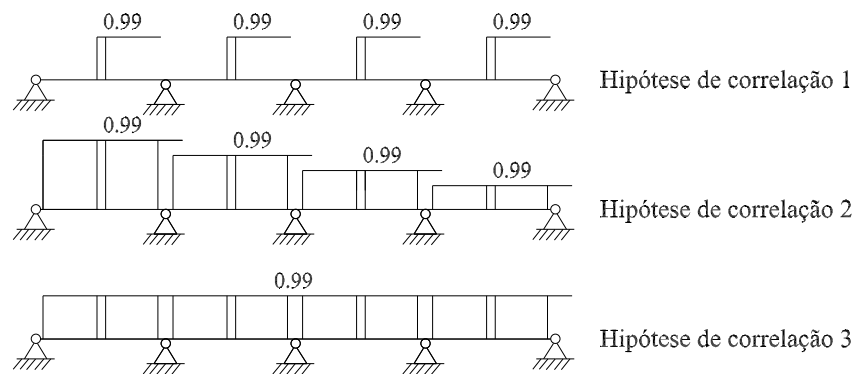


Figura 6.2: Ilustração das três hipóteses de correlação admitidas para a propriedade mecânica do problema.

Descrição geral do processo de transformação

Para tornar possível esta correlação da variável, criou-se uma subrotina para gerar as referidas hipóteses de correlação dos valores aleatórios que definem a propriedade mecânica da madeira, para os vários elementos finitos.

Resumidamente, a rotina tem início com a criação de um conjunto de variáveis aleatórias independentes com distribuições Normal padrão de dimensão relativa às linhas idêntica à variável f_m que, para o problema em questão, corresponde a $m \times N$, no qual m traduz o número de secções (i.e., 16) e N o número de simulações.

Seguidamente, define-se uma matriz de correlação, tendo em conta as hipóteses de correlação descritas anteriormente. Note-se, uma vez mais, que para o presente problema a dimensão desta matriz quadrada é 16×16 , uma vez que esta matriz exprime a relação do valor de tensão resistente de cada secção crítica relativamente às restantes secções, obtendo-se,

por isso, uma diagonal principal com valor unitário (ver Secção 2.5.6). Deste modo, a matriz de correlação da variável f_m para os primeiros quatro elementos finitos assume a seguinte forma:

$$C_{fm} = \begin{bmatrix} 1 & cor(f_{m1}, f_{m2}) & \dots & cor(f_{m1}, f_{m8}) \\ cor(f_{m2}, f_{m1}) & 1 & \dots & cor(f_{m2}, f_{m8}) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ cor(f_{m8}, f_{m1}) & cor(f_{m8}, f_{m2}) & \dots & 1 \end{bmatrix} \quad (6.1)$$

Advirta-se que, esta matriz têm dimensão 8×8 na medida em que obedece apenas aos primeiros quatro elementos finitos (elementos de madre).

Uma vez definida a matriz de correlação relativa à hipótese escolhida, C_{fm} , o passo que se segue prende-se com a decomposição da matriz em matrizes triangulares superior e inferior usando a decomposição de Cholesky, descrita no Capítulo 2. Para determinar as variáveis correlacionadas, X_C , basta aplicar a transposta da seguinte equação:

$$X_C^T = [C]^T \times X^T \quad (6.2)$$

onde $[C]^T$ corresponde à transposta da matriz triangular inferior de Cholesky, relativa à hipótese de correlação nomeada, e X^T à transposta do conjunto de variáveis independentes X . Este processo termina com a transformação das variáveis correlacionadas com distribuição Normal numa distribuição Lognormal, $f_{m,c}$, efectuando a seguinte operação:

$$f_{m,c} = \exp [X_C \times \sigma_{fm} + \mu_{fm}] \quad (6.3)$$

onde μ_{fm} e σ_{fm} correspondem ao parâmetros da distribuição Lognormal relativa à tensão resistente.

6.2.2 Avaliação da segurança da madre ao colapso

Antes de se iniciar a análise da madre a eventuais situações de colapso é importante notar que, como material frágil (ver Figura 3.2), a madeira não apresenta qualquer capacidade de plastificação. Por outras palavras, a madre quando sujeita a acções que induzem a grandes deformações, não forma rótula plástica, conduzindo à perda total da sua capacidade resistente.

Como referido, nesta fase do trabalho estudaram-se as situações acidentais possíveis de ocorrer para a madre, tendo como base a análise da robustez estrutural descrita no Capítulo 2. Deste modo, recorreu-se ao programa desenvolvido para a análise da redistribuição de esforços na madre após a ocorrência de falha, sendo esta uma falha localizada simulada através da remoção de um apoio. Geralmente, estas falhas na ligação madre-viga, ocorrem devido à falha humana aquando da construção da estrutura.

Madre simplesmente apoiada

No modelo estrutural que corresponde à madre simplesmente apoiada, qualquer colapso localizado (remoção de um apoio) resulta na formação de um mecanismo devido à falta de redundância do sistema. Deste modo, não foi necessário fazer nenhum estudo probabilístico, visto que qualquer anomalia a nível dos elementos estruturais induz a falha estrutural, resultando, por isso, num acontecimento certo, $p_f = 1, 0$.

Madre contínua

Devido à simetria existente em relação ao plano longitudinal não foi necessário estudar a falha de todos os apoios, visto algumas situações acidentais serem equivalentes em relação ao plano de simetria. Deste modo, apenas foram estudados três hipóteses de falha localizada (ver Figura 6.3):

- H.F.1 Hipótese de falha 1 que corresponde à remoção do apoio 1;
- H.F.2 Hipótese de falha 2 que corresponde à remoção do apoio 2;
- H.F.3 Hipótese de falha 3 que corresponde à remoção do apoio 3.

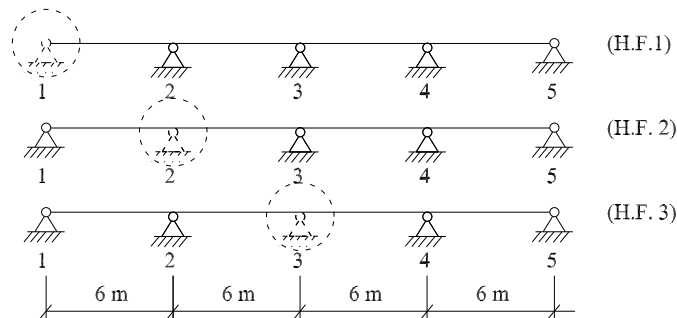


Figura 6.3: Situações acidentais consideradas.

6.2.3 Análise da progressão do colapso do modelo contínuo

Partindo-se da avaliação feita anteriormente, segue-se a análise da segurança global da estrutura. Deste modo, torna-se relevante compreender o comportamento da madre após a ocorrência da primeira falha. No texto que se segue, o termo “*subestrutura*” é usado para identificar cada uma das estruturas resultantes da falha de uma secção.

De acordo com os pressupostos descritos no Capítulo 2, entende-se por colapso progressivo a propagação de uma falha localizada de um elemento, resultando, eventualmente, no colapso global da estrutura ou, desproporcionalmente, de grande parte dela.

Dado que o colapso progressivo de uma estrutura resulta de um conjunto de acontecimentos em cadeia, optou-se por realizar o presente estudo segundo quatro linhas de orientação. Uma primeira onde se determina a estatia da madre a analisar, de acordo com a geometria da mesma.

Se a madre for hipoestática não se realiza qualquer análise de segurança, dado que a estrutura não tem capacidade para se sustentar. Caso se averigue que a estrutura é isoestática ou hiperestática, inicia-se a segunda fase de estudo, que se traduz na determinação dos esforços da estrutura, de acordo com a metodologia descrita no Capítulo 4.

A terceira fase de cálculo corresponde à verificação da condição de segurança em todas as secções críticas da madre. Uma vez violada a condição de segurança em, pelo menos, uma secção da madre, a secção falha resultando em duas subestruturas. Note-se que a madre colapsa na secção onde a razão entre momento actuante e momento resistente é máxima.

A quarta fase deste processo consiste na definição das subestruturas, resultantes da falha, relativamente à geometria e aos apoios estruturais, para que estas sejam, posteriormente, sujeitas a este processo de cálculo. Advirta-se que o processo de cálculo é efectuado, primeiramente, para a subestrutura que advém do lado esquerdo à secção onde se verificou colapso, seguindo-se o estudo da subestrutura localizada à direita da referida secção.

Este processo termina quando todas as estruturas analisadas verifiquem a segurança em todas as secções críticas ou, ainda, quando estas sejam hipoestáticas.

6.2.4 Análise do risco

Para uma adequada análise de segurança é fundamental considerar não só a probabilidade de falha, mas, também, as consequências associadas, como referido no Capítulo 2. Neste sentido, esta secção visa clarificar a noção de risco, para que posteriormente seja possível comparar o risco de cada modelo estrutural para diferentes cenários de falha.

Segundo os pressupostos descritos ao longo deste texto, a avaliação do risco para cada cenário possível i é contabilizada pela probabilidade de falha, p_i , e pelas consequências associadas, que podem ser medidas em termos de comprimento de vão colapsado, l_i :

$$R_i = p_i \times l_i \text{ [m]} \quad (6.4)$$

Note-se que o comprimento de colapso corresponde à fracção da madre hipostática, ou seja, ao comprimento da parcela não estável da estrutura.

O risco total de cada modelo estrutural (madre contínua e simplesmente apoiada), R , resulta da contribuição de todos os riscos associados a cada cenário:

$$R = \sum R_i \text{ [m]} \quad (6.5)$$

De seguida apresenta-se a descrição da árvore de eventos aplicada à hipótese de falha 1, para a madre contínua, admitindo duas situações de correlação: inexistência de correlação entre propriedades de diferentes secções e, ainda, propriedades iguais para todas as secções.

Descrição da árvore de eventos aplicada à hipótese de falha 1

As secções susceptíveis à violação da condição de segurança, denominadas de secções críticas, correspondem aos nós de extremidade de cada elemento de madre como mostra a Figura 6.4).

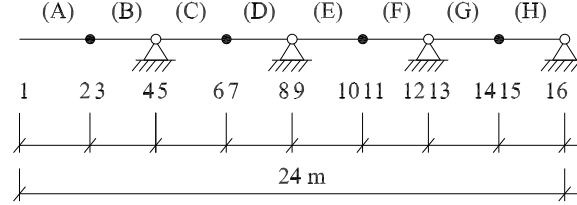


Figura 6.4: Secções críticas do modelo que representa a madre contínua sujeita à hipótese de falha 1.

Propriedades não correlacionadas

De modo simplificado considerando o modelo contínuo exposto à hipótese de falha 1 e assumindo uma probabilidade de falha para as secções mais esforçadas igual a 50%. Na 1ª sequência de eventos, como mostra a Figura 6.5, poderão ocorrer dois cenários possíveis: ocorre falha na secção 4 ou falha na secção 5 da madre (Caso 1 e Caso 2, respectivamente) ou, pelo contrário, não ocorre falha da madre (Caso 3).

No primeiro cenário, assumindo que a probabilidade de falha do lado esquerdo e do lado direito de um apoio estrutural é a mesma e igual ao valor apresentado na equação (6.6), então a probabilidade de falha das duas secções, enquanto acontecimentos independentes, resulta no valor devolvido pela equação (6.7). Note-se que só é possível considerar a falha da secção 4 e da secção 5 como acontecimentos independentes na medida em que não existe correlação entre as propriedades destas secções da madre.

$$p(F4) = p(F5) = 0,50 \quad (6.6)$$

$$p(F4 \cap F5) = p(F4) \times p(F5) \Rightarrow p(F4 \cap F5) = 0,25 \quad (6.7)$$

Dado que a madre pode ser definida num sistema em série, então, a probabilidade de falha da mesma, ou seja a probabilidade do primeiro cenário, corresponde a:

$$p(F) = p(F4 \cup F5) = p(F4) + p(F5) - p(F4 \cap F5) \Rightarrow P(F) = 0,75 \quad (6.8)$$

No entanto, como o primeiro cenário se divide em dois casos distintos (Caso 1 e Caso 2), com igual probabilidade de ocorrência, então a probabilidade de cada um deles vem:

$$p(F4) = p(F5) = 0,75/2 \quad (6.9)$$

No segundo cenário (Caso 3), que se traduz na não ocorrência de falha, a probabilidade obtém-se da seguinte forma:

$$p(\bar{F}) = 1 - p(F) \Rightarrow p(\bar{F}) = 0,25 \quad (6.10)$$

Neste caso a condição de segurança é cumprida em todas as secções críticas, portanto o processo de análise descrito na Secção 6.2.3 termina. O Caso 1 dá-se, também, por terminado na medida em que se considera que os momentos actuates na secção 8 e 9 da madre são muito inferiores aos momentos resistentes.

A 2ª sequência de eventos diz respeito apenas aos eventos resultantes do Caso 2. Nesta situação existem, novamente, dois cenários possíveis: ocorre falha na secção 8 ou falha na secção 9 da madre (Caso 2.1 e Caso 2.2, respectivamente) ou pelo contrário não ocorre falha da madre (Caso 2.3).

Para o Caso 2.1, sabendo que o momento actuante na secção 8 é igual ao observado na situação anterior na secção 5, a probabilidade de falha da secção 8, na sequência da falha na secção 5, obtém-se pela aplicação da teoria de Bayes do seguinte modo:

$$p(F8 | F5) = \frac{p(F5 \cap F8)}{p(F5)} = \frac{p(F5) \times p(F8)}{p(F5)} \Rightarrow p(S8 | S5) = p(F8) \quad (6.11)$$

Do mesmo modo, para o Caso 2.2 a probabilidade de falha na secção 9 na sequência da falha na secção 5, resulta:

$$p(F9 | F5) = p(F9) \quad (6.12)$$

Seguindo as mesmas simplificações e o mesmo método descrito para a 1ª sequência de eventos, o primeiro cenário da 2ª sequência de eventos, que contempla os Casos 2.1 e 2.2, resulta nas seguintes probabilidades:

$$p(F8 | F5) = p(F9 | F5) = 0,75/2 \quad (6.13)$$

Por fim, a probabilidade do segundo cenário da 2ª sequência de eventos (Caso 2.3), que representa a não ocorrência de falha na sequência de falha na secção 5 da madre, resulta em:

$$p(\bar{F} | F5) = 1 - p(F | F5) \Rightarrow p(\bar{F} | F5) = 0,25 \quad (6.14)$$

Note-se, uma vez mais, que o Caso 2.1 e o Caso 2.3 são análogos ao Caso 1 e Caso 3, respectivamente. Assim, estas duas situações dão-se por concluídas nesta sequência de eventos.

A 3ª sequência de eventos resulta do Caso 2.2, de forma semelhante à descrita anteriormente, ou seja, procede de dois novos cenários: falha na secção 12 ou falha na secção 13 da madre (Caso 2.2.1 e Caso 2.2.2, respectivamente) ou pelo contrário não ocorre falha da madre (Caso 2.2.3). De acordo, novamente, com a teoria de Bayes e considerando que todos os eventos são independentes entre si obtém-se:

$$p(F12 | F5 \cap F9) = \frac{p(F5 \cap F9 \cap F12)}{p(F5 \cap F9)} \Rightarrow p(F12 | F5 \cap F9) = p(F12) \quad (6.15)$$

A probabilidade de falha na secção 12, $p(F12)$, assume o valor de $0.75/2$ dado que traduz uma situação similar ao Caso 2.1, por exemplo. A probabilidade de $p(F13 | F5 \cap F9)$ corresponde, também, a $0.75/2$ e, finalmente, a probabilidade de $p(\bar{F} | F5 \cap F9)$ é igual a $0,25$.

A Figura 6.5 descreve, de uma forma resumida, o cálculo das probabilidades de falha de cada cenário pela consideração de todo o processo que levou a esse cenário e, ainda, o número de barras colapsadas.

	1ª Sequência de eventos	2ª Sequência de eventos	3ª Sequência de eventos	Probabilidades	Nº de barras colapsadas
H.F. 1	Caso 1				
	$p(F4) = 0,75/2$			$p(F4) = 0,375$	1
		Caso 2.1			
		$p(F8 F5) = 0,75/2$		$p(F5) p(F8 F5) = 0,141$	2
			Caso 2.2.1		
			$p(F12 F5 \cap F9) = 0,75/2$	$p(F5) p(F9 F5) p(F12 F5 \cap F9) = 0,0527$	3
	Caso 2	Caso 2.2	Caso 2.2.2		
	$p(F5) = 0,75/2$	$p(F9 F5) = 0,75/2$	$p(F13 F5 \cap F9) = 0,75/2$	$p(F5) p(F9 F5) p(F13 F5 \cap F9) = 0,0527$	3
			Caso 2.2.3		
			$p(\bar{F} F5 \cap F9) = 0,25$	$p(F5) p(F9 F5) p(\bar{F} F5 \cap F9) = 0,0352$	2
		Caso 2.2			
		$p(\bar{F} F5) = 0,25$		$p(F5) p(\bar{F} F5) = 0,0938$	2
	Caso 3				
	$p(\bar{F}) = 0,25$			$p(\bar{F}) = 0,25$	0

Figura 6.5: Árvore de eventos para a situação de inexistência de correlação entre propriedades das secções.

Com a árvore de eventos definida é possível calcular o risco de colapso do modelo contínuo, para a situação de inexistência de correlação entre as propriedades das secções, pelo somatório dos riscos associados aos sete cenários de colapso considerados neste estudo, resultando em:

$$R = \sum_{i=1}^7 R_i \Rightarrow R = 1,231 \quad (6.16)$$

Propriedades correlacionadas

A 1ª sequência de eventos deste estudo resulta nos mesmos cenários da 1ª sequência do estudo anterior, nomeadamente: ocorre falha na secção 4 ou falha na secção 5 (Caso 1 e Caso 2, respectivamente) ou não ocorre falha da madre (Caso 3).

Assumindo-se que existe correlação perfeita entre as propriedades das secções da madre, ou seja, os momentos resistentes das secção 4,5,8,9,12 e 13 são idênticos e considerando, uma vez mais, as probabilidades apresentadas na equação (6.6), então a probabilidade de ocorrer falha na secção 4 e na secção 5 corresponde a:

$$p(F4 \cap F5) = 0,50 \quad (6.17)$$

A probabilidade de ocorrer falha da madre, isto é, a probabilidade do primeiro cenário, resulta em:

$$p(F) = p(F4 \cup F5) = p(F4) + p(F5) - p(F4 \cap F5) \Rightarrow P(F) = 0,50 \quad (6.18)$$

Sendo que o primeiro cenário se divide em dois casos distintos (Caso 1 e Caso 2) com igual probabilidade de ocorrência, então a probabilidade de cada um deles, vem:

$$p(F4) = p(F5) = 0,25 \quad (6.19)$$

A probabilidade do segundo cenário, que corresponde à não ocorrência de falha, toma o seguinte valor:

$$p(\bar{F}) = 1 - p(F) \Rightarrow P(\bar{F}) = 0,50 \quad (6.20)$$

O Caso 1 e o Caso 3 findam nesta sequência de eventos pelas mesmas razões apresentadas no estudo anterior.

A 2ª sequência de eventos decorre do Caso 2 em dois novos cenários: falha na secção 8 e falha na secção 9 (Caso 2.1 e Caso 2.2, respectivamente) ou inexistência de falha. No entanto, esta sequência de eventos apresenta apenas dois casos possíveis uma vez que a probabilidade de falha da secção 8 na sequência de falha na secção 5 é igual a 1, como mostra a equação (6.21). Esta constatação deve-se ao facto da intercepção entre os eventos “falha na secção 5” e “falha na secção 8” ser total, visto que as secções apresentam uma perfeita correlação entre propriedades.

$$p(F8 | F5) = \frac{p(F5 \cap F8)}{p(F5)} = \frac{p(F5)}{p(F5)} \Rightarrow p(S8 | S5) = 1 \quad (6.21)$$

No entanto como este cenário se divide em dois casos distintos (Caso 2.1 e Caso 2.2) com igual probabilidade de ocorrência, então a probabilidade de cada um deles, é:

$$p(F8 | F5) = p(F9 | F5) = 0,50 \quad (6.22)$$

O Caso 2.1, que corresponde à falha na secção 8 seguida da falha na secção 5, termina nesta sequência de eventos na medida em que se considera que nesta situação os momentos actuantes na secção 12 e 13 da madre são muito inferiores aos momentos resistentes.

A 3ª sequência de eventos resulta do Caso 2.2, de forma semelhante à descrita anteriormente, ou seja, procede de dois novos cenários: falha na secção 12 ou falha na secção 13 da

Capítulo 6. Análise do Colapso Progressivo Aplicado ao Problema do Capítulo 5

madre (Caso 2.2.1 e Caso 2.2.2, respectivamente) ou inexistência de falha. As probabilidades de ocorrência destes casos assumem os valores para as situações similares referidas acima, julgando-se, por isso, dispensável qualquer comentário.

A Figura 6.6 mostra a árvore de eventos para a mesma madre com indicação das probabilidades e do número de barras colapsadas em cada cenário, mas admitindo correlação perfeita entre propriedades de todas as secções.

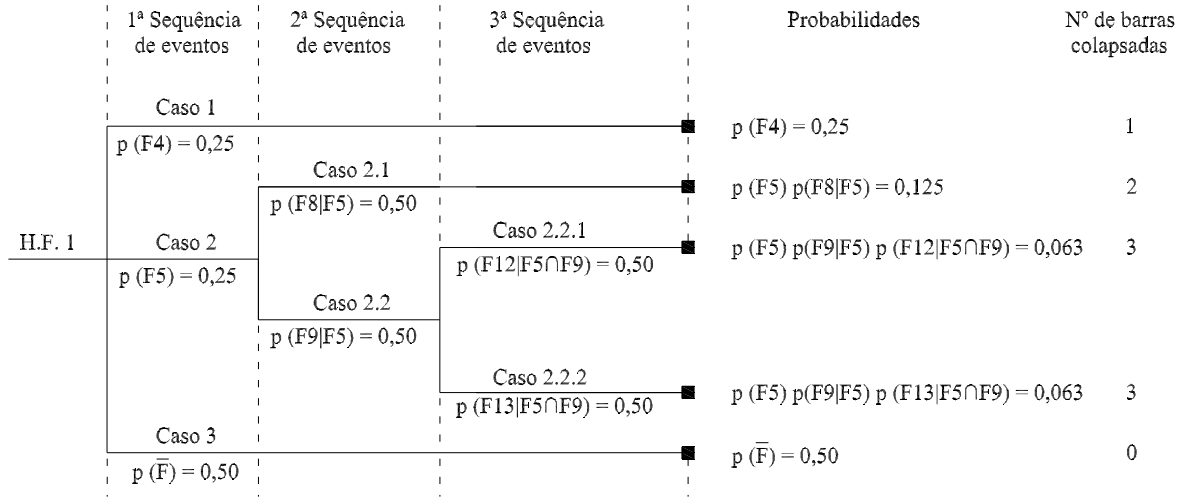


Figura 6.6: Árvore de eventos para a situação de correlação perfeita entre propriedades das secções.

O risco do colapso do modelo, para a situação de total correlação entre propriedades das secções, corresponde ao somatório dos riscos associados aos cinco cenários possíveis de colapso, resultando em:

$$R = \sum_{i=1}^5 R_i \Rightarrow R = 0,879 \quad (6.23)$$

Note-se que a árvore de eventos é relativamente simples de definir na medida em que se admitiu algumas simplificações, de forma a reduzir significativamente o número de cenários a estudar. No entanto, os resultados obtidos do programa desenvolvido advêm da consideração de todos os cenários possíveis, os quais não são descritos neste texto dada a sua grande extensão.

6.3 Implementação computacional

O programa foi implementado numa plataforma informática em MATLAB®. Nos parágrafos seguintes apresentam-se, de uma forma resumida, os dados de entrada do programa desenvolvido, bem como as subrotinas do código computacional e, ainda, o respectivo fluxograma.

Dados de entrada do programa

- Geometria da malha de elementos finitos;
- Apoios estruturais;
- Secção transversal da madre (em mm^2);
- Variáveis aleatórias (valores médios e desvios padrão);
- Hipótese de correlação;
- Factor de modificação da resistência;
- Número de simulações.

Subrotina 1 - Leitura de dados

Esta rotina lê os dados de entrada relativa à estrutura que vai ser analisada.

Subrotina 2 - Tratamento estatístico das variáveis do problema

Terminada a leitura de toda a informação introduzida, esta subrotina determina os parâmetros das distribuições das acções (peso próprio, RCP e neve), mas, também, os parâmetros da distribuição das resistências de cada elemento, de acordo com os pressupostos descritos na Secção 5.5.4.

Subrotina 3 - Correlação da V.A. da resistência

Esta subrotina transforma a variável aleatória independente, associada à resistência do material, numa variável aleatória correlacionada, conforme o procedimento exposto na Secção 6.2.1.

Subrotina 4 - Geração das variáveis aleatórias

A partir dos parâmetros (médias e desvios padrão) das quatro distribuições de probabilidade recolhidos pelas duas subrotinas antecedentes, esta subrotina gera uma sequência de números aleatórios, com dimensão de acordo o campo aleatório definido na Secção 5.5.2.

Subrotina 5 - Determinação da resposta estrutural

Esta subrotina, que visa a quantificação dos esforços da estrutura, foi adaptada a um programa de elementos finitos que de uma forma resumida pode ser dividido nos passos seguintes.

Capítulo 6. Análise do Colapso Progressivo Aplicado ao Problema do Capítulo 5

Processo de cálculo

1. RIGIDEZ: Cálculo da matriz de rigidez de cada elemento finito e respectivo espalhamento na matriz global, de acordo com os apoios da madre;
2. FORÇAS: Cálculo do vector de forças nodais correspondentes às acções permanentes e variável:
 - a) Transformação da força uniformemente distribuída em forças concentradas nas extremidades de cada elemento finito;
 - b) Espalhamento da contribuição de cada elemento finito no vector de forças global;
3. APAGA: Reorganização do sistema de equações de equilíbrio, em função das condições de apoio da madre, como descrito na Secção 4.3.4 do Capítulo 4;
4. ESFORÇOS ELEMENTOS: Determinação dos esforços actuantes nas extremidades de cada elemento finito;
5. ESFORÇOS: Resolução do sistema de equações (4.7) para obtenção do vector dos deslocamentos e do sistema (4.8) para determinar as reacções dos apoios da madre.

Subrotina 6 - Verificação da segurança estrutural

Esta subrotina apresenta dois segmentos de cálculo: um primeiro que introduz as funções estado limite, juntamente com as resistências previamente calculadas, de modo a averiguar a segurança estrutural, e um segundo segmento desencadeado do primeiro apenas na situação em que a segurança não é garantida.

No caso de ocorrer falha da estrutura são gerados novos parâmetros geométricos (reformulação da localização dos nós estruturais, dos elementos finitos bem como dos apoios) que descrevem as duas novas subestruturas. Note-se que o processo é repetido para cada uma das sub-estruturas definidas. O ciclo de cálculo termina sempre que a condição de segurança for cumprida em todas as secções críticas ou quando a ruína for completa.

Subrotina 7 - Quantificação da robustez estrutural

Consoante os resultados providos da subrotina acima, a presente subrotina determina a probabilidade de falha da estrutura através do registo do número total de falhas ocorridas e do número de simulações escolhidos inicialmente. Esta subrotina calcula, ainda, o índice de fiabilidade e o custo associado à falha estrutural.

Averiguação do processo de simulação

Esta etapa do código avalia a precisão do processo de simulação, com base no cálculo do erro associado à probabilidade de falha. Dependendo do valor do erro obtido, o utilizador do programa decide sobre a necessidade, ou não, de aumentar o número de simulações a analisar.

A Figura 6.7 mostra o fluxograma desenvolvido para o estudo do colapso progressivo para madres bidimensionais, com rigidez à flexão.

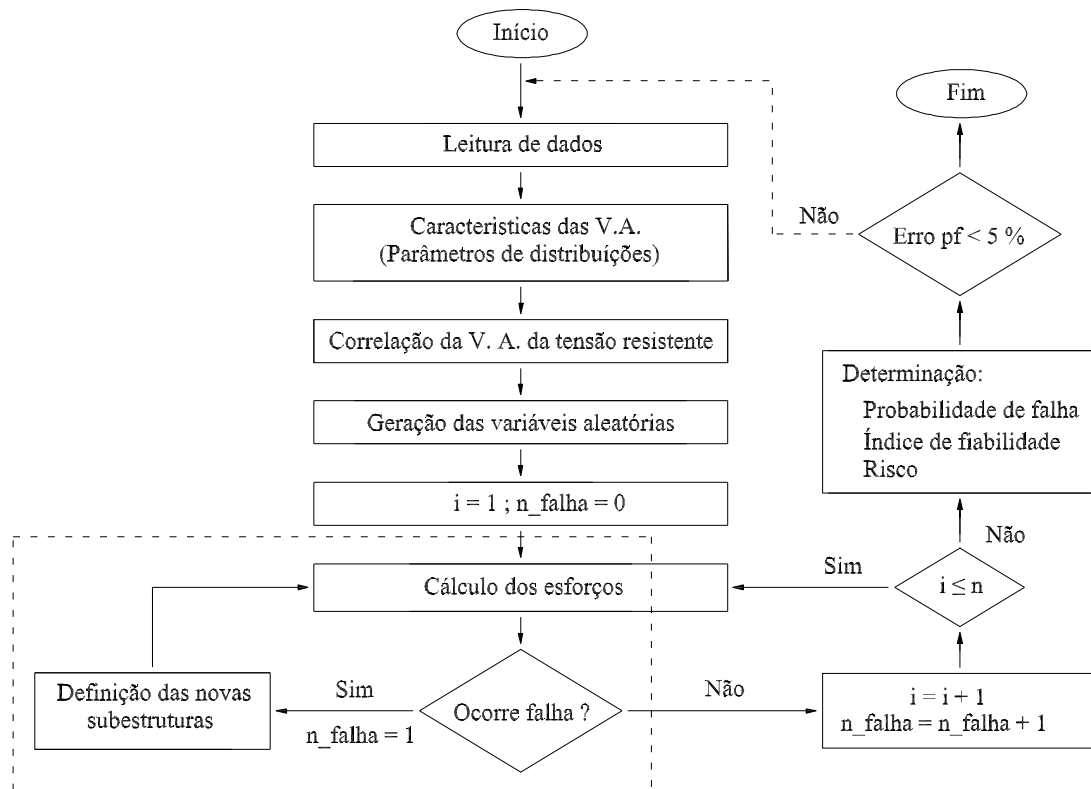


Figura 6.7: Fluxograma do programa desenvolvido.

6.4 Resultados e análise de resultados

Seguindo as simplificações descritas ao longo deste texto e repetindo-se sucessivamente a utilização do programa até os resultados obtidos apresentarem uma margem de erro segundo Shooman (Laranja e Brito, 2008) inferior a 5%, foi possível avaliar o risco associado à rotura de cada apoio, para as três hipóteses de correlação admitidas para a propriedade da madre.

Deste modo, o Quadro 6.1 apresenta os resultados do programa para a análise de risco do modelo contínuo, para um número de simulações de 5000, segundo as três hipóteses de falha apresentadas na Secção 6.2.2 e as três hipóteses de correlação descritas na Secção 6.2.1. Note-se que nesta secção os valores de risco têm em conta todas as hipóteses possíveis de falha.

Capítulo 6. Análise do Colapso Progressivo Aplicado ao Problema do Capítulo 5

Quadro 6.1: Resultados da análise probabilística do modelo contínuo para as três hipóteses de correlação e as três hipóteses de falha.

Hipótese de correlação	Hipótese de falha	Comprimento de colapso l_i [m]	Probabilidade de falha p_f	Índice de fiabilidade β	Erro [%]	Risco R_i [m]
1	1	11,130	0,945	-1,598	0,682	10,518
	2	16,472	0,682	-0,473	1,932	11,234
	3	18,002	0,347	0,392	3,877	6,247
2	1	10,227	0,937	-1,533	0,731	9,583
	2	15,872	0,671	-0,443	1,981	10,650
	3	17,758	0,343	0,404	3,915	6,091
3	1	11,182	0,892	-1,238	0,983	9,974
	2	16,541	0,531	-0,076	2,661	8,783
	3	18,025	0,199	0,846	5,678	3,587

Considerando que a probabilidade de falha de cada apoio estrutural da madre em estudo assume o valor apresentado na equação (6.24), então o risco do modelo contínuo que admite todos os possíveis colapso dos apoios é determinado pela equação (6.25), para a hipótese de correlação 1.

$$p_{f,A} = \frac{1}{5} \quad (6.24)$$

$$R^* = \sum p_{f,A} \times R_i \Rightarrow R^* = 9,95 m \quad (6.25)$$

Relativamente ao modelo simplesmente apoiado, o Quadro 6.2 exhibe, de forma semelhante ao anterior, os resultados para as mesmas hipóteses de falha, contudo sem auxílio ao programa pelas justificações apresentadas na Secção 6.2.2.

Quadro 6.2: Resultados da análise probabilística relativos ao modelo simplesmente apoiado.

Hipótese de falha	Comprimento de colapso l_i [m]	Probabilidade de falha p_f	Índice de fiabilidade β	Erro [%]	Risco R_i [m]	Risco R^*
1	6	1	-	0	6	9,60
2	12				12	
3	12				12	
(*) O risco tem em conta todas as hipóteses possíveis de falha.						

Avaliação da influência da correlação

Os resultados apresentados no Quadro 6.1 permitem observar que, para a hipótese de falha 1, a probabilidade de falha admitindo a correlação 1 é de 0,945, admitindo a correlação 2 é de 0,937 e, finalmente, admitindo a correlação 3 é de 0,892.

Relembrando as hipóteses de correlação descritas na Secção 6.2.1, entende-se que da hipótese de correlação 1 para a hipótese de correlação 3 existe uma relação crescente entre as propriedades da madre. Como tal, é possível verificar que com o aumento da correlação entre as propriedades das secções, a probabilidade de falha do modelo contínuo diminui e, consequentemente, o índice de fiabilidade estrutural aumenta. O mesmo se verifica para as restantes hipóteses de falha, estando estas relações de acordo com o estudo apresentado na Secção 6.2.4.

É, ainda, possível constatar que existe uma diferença entre os resultados das hipóteses de correlação 1 e 2, contudo pouco expressiva. Essa consequência é justificada pelo número de secções com propriedades correlacionadas apenas duplicar entre estas hipóteses. Relativamente aos resultados da hipótese de correlação 3, estes são bastante diferentes dos resultados das outras hipóteses de correlação, na medida em que o número de secções com propriedades correlacionadas é, por exemplo, para a hipótese 1 oito vezes maior.

Avaliação das situações acidentais

Entre as três hipóteses acidentais estudadas no presente capítulo, que atenderam a falhas localizadas, a hipótese de falha mais gravosa para a madre contínua correspondeu à hipótese 1, na medida em que apresenta a probabilidade de falha mais alta. Este resultado deve-se aos esforços do elemento estrutural composto pelos elementos (A) e (B), aquando da falha, serem forçados a descarregar exclusivamente para o apoio 2, ou seja, o apoio 1 que inicialmente suportava 2/5 dos esforços e o apoio 2 os restantes 3/5, deixa de existir, forçando o apoio 2 a suportar a totalidade dos esforços.

Na hipótese de falha 2, verificou-se um acréscimo de esforços nos apoios adjacentes, no entanto com menor expressão quando comparado com a hipótese de falha descrita anteriormente, traduzindo-se, por isso, num menor valor de probabilidade de falha e, por conseguinte, num maior valor de índice de fiabilidade.

Tendo em conta as três hipóteses de falha localizada, a que resultou num aumento de esforços menor correspondeu à hipótese 3, visto a madre poder redistribuir os esforços equitativamente. É, contudo, importante frisar que a probabilidade de falha desta hipótese acidental ultrapassa os 30%.

Neste contexto, entende-se que, para uma madre contínua, o colapso de um apoio de extremidade, resulta, de um modo geral, numa probabilidade de falha substancialmente maior e num índice de fiabilidade menor, quando comparado com o colapso de um apoio central.

Por fim, qualquer hipótese de falha considerada afecta de modo significativo a estabilidade dos dois modelos de madre, sendo que para cada hipótese, a estrutura deixa de apresentar a capacidade de cumprir os requisitos especificados para a qual foi concebida.

Capítulo 6. Análise do Colapso Progressivo Aplicado ao Problema do Capítulo 5

Avaliação dos modelos estruturais

Deste estudo obteve-se um risco de 9,95 *m* para o modelo contínuo e 9,60 *m* para o modelo simplesmente apoiado, deste modo entende-se que, para a situação de quatro vãos com igual comprimento, o modelo simplesmente apoiado é mais robusto do que o modelo contínuo, na medida em que apresenta um menor risco.

Resultados para a situação de madre com diferentes números de vãos

De forma a compreender o desenvolvimento do risco dos dois modelos estruturais, realiza-se, ainda, um estudo de madres idênticas à descrita neste capítulo, contudo com diferentes números de vãos, sendo que cada vão têm igual comprimento aos vãos do estudo anterior. Deste modo, o Quadro 6.3 mostra os resultados obtidos, uma vez mais para 5000 simulações, no entanto para as situações de madre com três, cinco e seis vãos, respectivamente. Note-se que os resultados apenas reproduzem a hipótese de correlação 1 da propriedade do material, na medida em que no estudo anterior apenas foi calculado o risco para essa hipótese.

Quadro 6.3: Resultados da análise probabilística relativos ao modelo contínuo.

Número de vãos	Hipótese de falha	Comprimento de colapso l_i [m]	Probabilidade de falha p_f	Índice de fiabilidade β	Risco R_i [m]	Risco R^*
3	1	10,318	0,943	-1,605	9,732	9,985
	2	14,958	0,684	-0,480	10,237	
	**	-	-	-	-	
4	1	11,130	0,945	-1,598	10,518	9,950
	2	16,472	0,682	-0,473	11,234	
	3	18,002	0,347	0,392	6,247	
5	1	11,488	0,939	-1,551	10,794	9,803
	2	17,241	0,706	-0,541	12,168	
	3	19,363	0,333	0,432	6,448	
6	1	11,594	0,947	-1,613	10,975	9,529
	2	17,694	0,687	-0,487	12,152	
	3	20,165	0,345	0,399	6,957	
	4	20,958	0,312	0,491	4,201	

(*) O risco tem em conta todas as hipóteses possíveis de falha. (**) Nesta situação a hipótese de falha 3 é análoga à hipótese de falha 2. (***) Nesta situação é necessário adicionar uma hipótese de falha correspondente ao colapso do apoio 4.

Analisando os resultados do Quadro 6.3 é possível retirar algumas conclusões, a enumerar:

- Os valores da probabilidade de falha para os quatro casos de madre contínua (nomeadamente três, quatro, cinco e seis vãos) são semelhantes entre si e, consequentemente, os valores do índice de fiabilidade, também, são semelhantes;

- O comprimento médio de colapso aumenta ligeiramente com o aumento do número de vãos, assim como o risco de cada cenário de falha. No entanto, o risco do modelo diminui, na medida em que o aumento do número de vãos suscita a consideração de falhas de apoios centrais que traduzem um menor risco quando comparado com o risco que advém do colapso de apoios centrais.

À semelhança do quadro exposto anteriormente, o Quadro 6.4 mostra os resultados para as mesmas situações de madre, considerando contudo o modelo como simplesmente apoiado.

Quadro 6.4: Resultados da análise probabilística relativos ao modelo simplesmente apoiado.

Número de vãos	Hipótese de falha	Comprimento de colapso l_i [m]	Probabilidade de falha p_f	Índice de fiabilidade β	Risco R_i [m]	Risco R^*
3	1	6	1	-	6	9,00
	2	12			12	
4	1	6	1	-	6	9,60
	2	12			12	
	3	12			12	
5	1	6	1	-	6	10,00
	2	12			12	
	3	12			12	
6	1	6	1	-	6	10,29
	2	12			12	
	3	12			12	
	4	12			12	

De acordo com os resultados do Quadro 6.4 entende-se que o risco é necessariamente crescente com o aumento do número de vãos, uma vez que a parcela do risco que é acrescentada ao risco do modelo simplesmente apoiado corresponde ao risco de apoios centrais, que é igual a 12, na medida em que os vãos são de 6 metros.

Avaliação dos modelos estruturais

Analisando os resultados dos dois estudos, constata-se que para a eventualidade de ocorrer colapso de um dos apoios estruturais, o modelo de madre contínua apresenta maior risco, quando comparado com o modelo simplesmente apoiado, para situações em que a madre é composta no máximo por quatro vãos. No entanto, se a madre apresentar cinco ou mais vãos confirma-se que o modelo simplesmente apoiado apresenta maior risco, sendo maior a diferença quanto maior o nível de consequência associado à falha. Por outras palavras, para uma madre com características e propriedades semelhantes às propostas neste estudo, julga-se que o modelo simplesmente apoiado é mais seguro que o modelo contínuo caso a madre tenha até quatro vãos, inclusive, sendo que a partir dos cinco vãos é conveniente optar por uma madre contínua dado que esta é mais segura que uma madre simplesmente apoiada.

Capítulo 7

Conclusões e Sugestões para Desenvolvimentos Futuros

Considerações finais e conclusões

Primeiramente, é importante reforçar, uma vez mais, a ideia de que não existe estrutura totalmente segura dado que as incertezas descritas neste texto estão além do controle dos projectistas, induzindo sempre a um risco inerente. Deste modo, o objetivo dos critérios estabelecidas nas normas não é garantir a segurança absoluta, mas sim atingir um nível de risco aceitável, tendo em conta as necessidades económicas e a segurança pública. Neste contexto, para uma adequada avaliação da segurança estrutural é fundamental a consideração de modelos que descrevem realisticamente o comportamento da estrutura.

No trabalho em questão desenvolveu-se um programa, numa plataforma MATLAB, que permite analisar a robustez de vigas bidimensionais, com particular ênfase na análise de risco associado à falha de um apoio estrutural. Para tal, foram incluídos modelos de análise de estruturas combinados com o método probabilístico de elementos finitos. Esta formulação permitiu, assim, entrar em consideração com a variabilidade dos diversos parâmetros, que influenciam o comportamento da viga, resultando no cálculo do índice de fiabilidade.

As variáveis aleatórias básicas do problema estrutural foram modeladas através dos seus valores médios e desvios padrão, segundo as funções de distribuição recomendadas pelo código modelo JCSS (2000). Relativamente à resistência estrutural, o programa considera, ainda, coeficientes de correlação para quantificar a dependência entre os valores desta variável.

Deste modo, o programa analisa a segurança de uma madre com rigidez à flexão usando o método de Monte Carlo. De facto, este método de simulação, apesar da sua simplicidade, quando aplicado em sistemas estruturais com alguma complexidade torna-se um pouco moroso. Contudo, para o programa desenvolvido neste trabalho revelou-se eficiente em situações de colapso progressivo, dada a sua elevada probabilidade de falha.

Capítulo 7. Conclusões e Sugestões para Desenvolvimentos Futuros

Para demonstrar as potencialidades e a adequação do programa desenvolvido, analisou-se, do ponto de vista da fiabilidade estrutural, um exemplo particular de uma madre de madeira, com quatro vãos de igual comprimento, segundo duas situações: uma primeira onde se considera a madre intacta e uma segunda onde se consideram três possíveis cenários de falha. Neste exemplo consideraram-se, ainda, dois sistemas estruturais para a referida madre, nomeadamente: madre contínua e madre simplesmente apoiada.

Nos parágrafos seguintes destacam-se sumariamente as conclusões mais relevantes que se podem extrair da análise desse exemplo realizado:

- A formulação dos elementos finitos adoptados revelou-se eficaz e adequada na idealização do problema analisado;
- A abordagem das variabilidades inerentes às acções e à resistência, contempladas no presente trabalho, permitiu estabelecer uma base de dados para a definição de modelos probabilísticos adequados à análise de segurança;
- A escolha do campo aleatório permitiu traduzir a heterogeneidade da madeira através da consideração de três hipóteses de correlação entre as propriedades das várias secções da madre, tornando, assim, a análise mais realista.

Em relação aos resultados obtidos:

- O estudo efectuado no Capítulo 5 permitiu confirmar que o dimensionamento da secção da madre, para os dois modelos estruturais considerados, de acordo com o método dos coeficientes parciais de segurança, na análise probabilística revelou índices de fiabilidade próximos do recomendado no Eurocódigo 0 (CEN, 2001). Esta adequação dos coeficientes de segurança definidos nos regulamentos é visível, em especial, para o caso da madre simplesmente apoiada dado que o valor obtido para o índice de fiabilidade foi de 4,61 (ver Quadro 5.7);
- Da análise realizada no Capítulo 6 verificou-se que, para uma madre de madeira com rigidez à flexão composta por vãos de igual comprimento, o modelo simplesmente apoiado é mais robusto que o modelo contínuo para situações em que o número de vãos da madre é inferior a cinco. Para situações em que o número de vãos é igual ou superior a cinco, o modelo mais robusto para este tipo de madre corresponde ao modelo contínuo. Deste modo, é possível compreender que nenhum dos modelos é necessariamente mais seguro do que o outro, dado que essa conclusão depende da madre a analisar.

Tendo em conta as potencialidades do programa criado, considera-se que os objectivos inicialmente propostos foram atingidos.

Sugestões para futuras pesquisas

Nesse contexto, não há dúvidas sobre os benefícios decorrentes do programa desenvolvido, no entanto, deixam-se aqui algumas recomendações para futuros trabalhos.

As primeiras recomendações dizem respeito a matérias que, embora presentes ao longo do texto, não foram possíveis de abordar devido à sua complexidade de programação, designadamente, acções dinâmicas e rigidez dos pórticos. Assim, propõe-se que, de futuro estes conceitos sejam incluídos no programa aqui apresentado.

Para além das recomendações com base nas limitações de programação, mencionadas acima, será vantajoso não restringir o estudo apenas a madres de madeira com rigidez à flexão, mas considerar, também, a rigidez axial da mesma e a sua consequência na robustez global da estrutura.

Será, igualmente, interessante extrapolar o estudo da madre, para uma situação tridimensional, traduzindo, assim, o problema de forma mais realística, na medida em que seria necessário ter em linha de conta com os efeitos de torção da madre.

Resumidamente, propõe-se que o programa seja futuramente aplicável a problemas de fiabilidade estrutural com um grande leque de variações, quer relativamente ao número de variáveis aleatórias, quer ao tipo de distribuições das variáveis aleatórias, assim como à forma da função de estado limite.

Bibliografia

- [Azevedo, 2003] Azevedo, A. F. M. (2003). “Método dos Elementos Finitos”. Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto.
- [Baker *et al.*, (2006)] Baker, J., Straub, D., Kazuyoshi, N. e Faber, M. (2006). “On Assessment of Robustness I: A General Framework”. JCSS and IABSE Workshop on Robustness of Structures, Swiss Federal Institute of Technology, Zurich.
- [Branco, 2006] Branco, J. (2006). Apontamentos da disciplina de Estruturas de Madeira. 1ª Edição, Escola de Engenharia da Universidade do Minho, Guimarães.
- [Brites *et al.*, 2008] Brites, R.D., Neves L.C., Machado J.S. e Lourenço P.B. (2008). “Avaliação da Segurança de Cobertura Tradicional de Madeira Sujeita a Degradação Biológica”. CIMPAP 08.
- [Caldeira, 2007] Caldeira, L. (2007). Apontamentos da disciplina de Segurança e Dimensionamento de Estruturas. Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa, Lisboa.
- [Canisius *et al.*, 2007] Canisius, T. D. G., Sørensen, J. D. e Baker J.W. (2007). “Robustness of Structural systems - a New Focus For The Joint Committee on Structural Safety (JCSS)”. Applications of Statistics and Probability in Civil Engineering, Taylor Francis Group, London.
- [Carvalho, 2007] Carvalho, S.F. (2007). “Impregnação de cor em Madeira”. Dissertação para obtenção do grau de Mestre em Engenharia Civil. Escola de Engenharia da Universidade do Minho.
- [CEN, 2001] CEN (2001). EN 1990 - “Eurocode 0 - Basis of Structural Design”. European Committee for Standardization (CEN), Brussels.
- [CEN, 2003a] CEN (2003a). EN 1991-1-3 - “Eurocode 1 - Actions on structures - Part 1-3: General Actions - Snow Loads”. European Committee for Standardization (CEN), Brussels.

BIBLIOGRAFIA

- [CEN, 2003b] CEN (2003b). EN 1995-1-1 - "Eurocode 5 - Design of Timber Structures - Part 1-1: General - Common rules and rules for buildings". European Committee for Standardization (CEN), Brussels.
- [Cruz e Neves, 2001] Cruz, P.J.S. e Neves, L.A.C. (2001). "Introdução à Análise Probabilística Simplificada da Segurança Estrutural". Revista Engenharia Civil nº 12, pp. 65-80..
- [Faber, 2007] Faber, M.H. (2007). "Risk and Safety in Civil Engineering", Lecture Notes. Swiss Federal Institute of Technology Zurich, Zurich.
- [Franco, 2008] Franco, S. (2008). "Proposta de atribuição de propriedades mecânicas a elementos estruturais de madeira por inspeção visual *in situ*". Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto.
- [Henriques, 1998] Henriques, A.A.R. (1998). "Aplicação de Novos Conceitos de Segurança no Dimensionamento do Betão Estrutural". Dissertação para Doutoramento em Engenharia Civil, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto.
- [JCSS, 2000] Joint Committee on Structural Safety (JCSS, 2000). "Part 1: Basis of Design". Probabilistic Model Code, Internet Publication: www.jcss.ethz.ch.
- [JCSS, 2001a] Joint Committee on Structural Safety (JCSS, 2001a). "Part 2: Load Models - 2.1 Self Weight". Probabilistic Model Code, Internet Publication: www.jcss.ethz.ch.
- [JCSS, 2001b] Joint Committee on Structural Safety (JCSS, 2001b). "Part 2: Load Models - 2.12 Snow". Probabilistic Model Code, Internet Publication: www.jcss.ethz.ch.
- [JCSS, 2006] Joint Committee on Structural Safety (JCSS, 2006). "Part 3: Resistance Models - 3.5 Properties of Timber". Probabilistic Model Code, Internet Publication: www.jcss.ethz.ch.
- [Kirkegaard e Sørensen, 2008] Kirkegaard, P. H. e Sørensen, J. D. (2008). "A Probabilistic Approach for Robustness Evaluation of Timber Structures" COST Action E55 "Modelling of the Performance of Timber Structures", Helsinki.
- [Köhler, 2007] Köhler, J. (2007). "Reliability of Timber Structures". PhD thesis, Institute of Structural Engineering, Swiss Federal Institute of Technology, Zurich.
- [Laranja e Brito, 2003] Laranja, R. e Brito, J. (2003). "Verificação Probabilística da Segurança das Estruturas". Engenharia Civil -UM Vol. 18, pp. 63-79.
- [Natterer *et al.*, 2004] Natterer, J.; Sanchoz J. L.; Rey M. (2004). "Construction en bois. Matériau, technologie et dimensionnement - Volume 13". Ecole polytechnique fédérale de Lausanne, Suíça.
- [Porteous *et al.*, 2007] Porteous, J. e Kermani ,A. (2007). "Structural Timber Design to Eurocode 5". Blackwell Science.

[Sørensen e Christensen, 2006] Sørensen, J. D. e Christensen, H. H. (2006). “Danish Requirements to Robustness of Structures - Background and Implementation”. Structural Engineering International, pp. 172-177.

[Starossek e Wolff, 2005] Starossek, U. e Wolff, M. (2005). “Design of Collapse-Resistant Structures”. JCSS and IABSE Workshop on Robustness of Structures.

Anexo A

Modelação da Acção da Neve de acordo com o Eurocódigo 1

A modelação da acção variável do presente trabalho, para os Estados Limites Últimos, foi realizada recorrendo à formulação proposta pelo Eurocódigo 1 (CEN, 2003a), que é descrita de seguida.

Num projecto devem-se considerar vários cenários possíveis de queda de neve, os quais têm em consideração:

- Forma e geometria das coberturas;
- Propriedades térmicas das coberturas;
- Rugosidade da superfície das coberturas;
- Calor proveniente do interior do edifício;
- Proximidade a outros edifícios;
- Topografia dos terrenos circundantes;
- Características meteorológicas do local (velocidade do vento, variações de temperatura e tendência para precipitação e neve).

Segundo o Eurocódigo 1, a acção da neve em coberturas para situações de projecto persistentes/transitórias é estimada da seguinte forma:

$$s_{c,k} = \mu_i \times C_e \times C_t \times s_k \quad (\text{A.1})$$

onde μ_i corresponde ao coeficiente de forma da acção da neve na cobertura, C_e ao coeficiente de exposição, C_t ao coeficiente térmico e s_k ao valor característico da acção da neve ao nível do solo.

Coefficiente de forma da acção da neve na cobertura, μ_i

Estabelece a relação entre a acção da neve na cobertura e a acção da neve não deslocada ao nível do solo, sem considerar a influência da exposição e os efeitos térmicos. De acordo com o Eurocódigo 1, os coeficientes de forma da acção da neve que devem ser utilizados nas coberturas de duas vertentes estão indicados na Figura A.1.

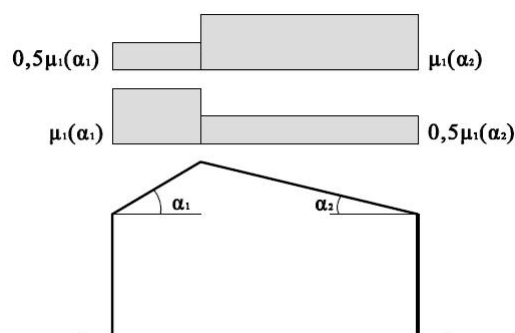


Figura A.1: Combinações dos coeficientes de forma a considerar (CEN, 2003a).

Para coberturas de duas águas, o coeficiente μ_i toma os valores indicados no Quadro A.1, dado que a cobertura do problema em questão não apresenta qualquer impedimento ao deslizamento da neve (ausência de guarda-neves e de uma plataforma no bordo inferior da cobertura).

Quadro A.1: Coeficientes de forma da acção de neve (CEN, 2003a).

Ângulo de inclinação da vertente α	$0 \leq \alpha \leq 30$	$30 < \alpha < 60$	≥ 60
μ_1	0,8	$0,8(60 - \alpha)/30$	0,0
μ_2	$0,8 + 0,8\alpha/30$	1,6	-

Coefficiente de exposição, C_e

Coefficiente que define a redução ou o aumento de acção numa cobertura de um edifício não aquecido, como uma fracção do valor característico da acção da neve ao nível do solo. Considera-se, ainda, que a neve actua verticalmente e que se refere à projecção horizontal da área da cobertura.

A escolha deste coeficiente, C_e , deve ter em consideração não só as condições actuais de exposição, mas, também, as possíveis condições futuras que possam ser previstas, tendo em conta o possível desenvolvimento do local. Deve ser considerado como 1,0, salvo especificação em contrário, função da topografia. No Quadro A.2 estão indicados os valores recomendados de C_e em função da topografia.

Quadro A.2: Valores recomendados de C_e para diferentes topografias.

Topografia	C_e
Exposta ao vento ^a	0,8
Normal ^b	1,0
Abrigada ^c	1,2

^a *Topografia exposta ao vento*: zonas planas, sem obstáculos e expostas de todos os lados, sem ou com pouco abrigo conferido pelo terreno, por construções mais altas ou por árvores.

^b *Topografia normal*: zonas nas quais não há uma remoção significativa da neve na construção, pelo vento devido à natureza do terreno, à existência de outras construções ou de árvores.

^c *Topografia abrigada*: zonas nas quais a construção em causa é consideravelmente mais baixa do que o terreno circundante ou está rodeada por árvores altas e/ou por outras construções mais altas.

Traduzindo para uma forma genérica, a situação de “*Topografia exposta ao vento*” corresponde a um local desprotegido, onde se considera que a acção do vento pode remover a neve instalada nas coberturas, a situação de “*Topografia normal*” considera que não é removida qualquer acção de neve devido à acção do vento e, por fim, a situação de “*Topografia abrigada*” pondera um aumento de acção de neve, devido à acção de elementos exteriores, podendo estes ser de carácter topográfico, vegetação ou até outros edifícios.

Coefficiente térmico, C_t

Coefficiente que define a redução da acção da neve em função de calor através da cobertura, o qual provoca o derretimento da neve. Este coeficiente deve ser utilizado para ter em conta a redução das acções da neve em coberturas com elevada transmissão térmica, em particular no caso de certas coberturas envidraçadas, devido à fusão da neve provocada pelo calor. Para todos os outros casos deve-se considerar $C_t = 1,0$.

Valor característico da acção da neve ao nível do solo, s_k

Corresponde à acção da neve ao nível do solo que pode ser definida como o valor associado à probabilidade de ser excedido anualmente de 0,02, excluindo acções da neve excepcional.

Respeitando o Anexo C do CEN (2003a), para a situação de Península Ibérica, o valor característico da neve no solo, s_k em kN/m^2 para a região em causa, pode ser calculado do seguinte modo:

$$s_k = (0,190Z - 0,095) \times \left[1 + \left(\frac{A}{524} \right)^2 \right] \quad (\text{A.2})$$

em que:

A corresponde altitude acima do nível do mar do local onde se situa a cobertura [m];

Z indica o número representativo da zona onde se localiza a estrutura, que no problema em questão, segundo a Figura A.2 retirada do anexo do CEN (2003a), corresponde a 2.

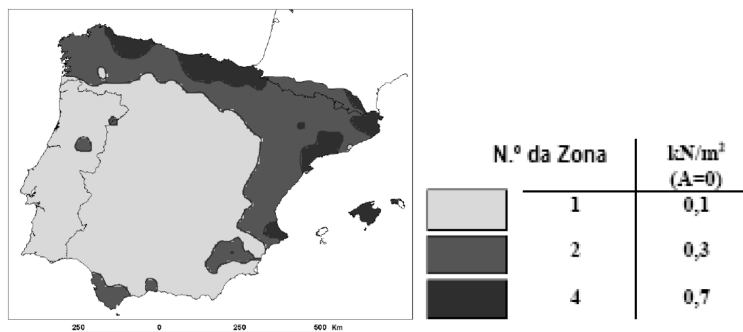


Figura A.2: Valor Z , para a Península Ibérica (adaptado CEN, 2003a).

Anexo B

Funções de Distribuição de Probabilidade

Neste trabalho utilizaram-se apenas distribuições de probabilidade contínua, nomeadamente distribuição Normal, distribuição Lognormal e distribuição de Gamma.

B.1 Distribuição Normal, $N \sim (\mu, \sigma)$

Função densidade: $\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_X} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{x-\mu_X}{\sigma_X} \right)^2 \right]$

Média: μ_X

Desvio padrão: σ_X

Nota: A lei normal encontra-se normalmente tabelada em função da variável Normal reduzida, $\mu_T = 0$, $\sigma_T = 1$, definida por: $T = \frac{X-\mu_X}{\sigma_X}$.

B.2 Distribuição Lognormal, $LN \sim (\lambda, \xi)$

Nesta distribuição é o logaritmo natural da variável aleatória X que tem uma distribuição Normal ao invés da própria variável X .

Função densidade: $\frac{1}{\sqrt{2\pi}x\xi} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\ln x - \lambda}{\xi} \right)^2 \right]$

Média: $\mu_X = \exp \left(\lambda + \frac{\xi^2}{2} \right)$

Desvio padrão: $\sigma_X = \mu_X \sqrt{\exp(\xi^2) - 1}$

Notas:

1. A distribuição Lognormal pode resultar de uma distribuição Normal reduzida através da seguinte transformação: $T = \frac{\ln X - \lambda}{\xi}$.

2. Os parâmetros λ e ξ correspondem à média e ao desvio padrão de $\ln X$, ou seja, $\lambda = \mu_{\ln X}$ e $\xi = \sigma_{\ln X}$.

B.3 Distribuição Gamma, $GM \sim (a, b)$

Função densidade: $\frac{1}{b^a \Gamma(a)} x^{a-1} e^{-\frac{x}{b}}$, $a > 0$ e $b > 0$

Média: $\mu_X = a b$

Desvio padrão: $\sigma_X = \sqrt{a} b$

* $\Gamma()$ representa a função matemática padrão conhecida por Gamma.

Anexo C

Modo de Utilização do Programa

Este anexo tem por objectivo guiar o usuário nos passos a seguir no uso do programa *woodstructure*. Para uso deste programa é necessário ter instalado o software comercial MATLAB® versão R2010a.

Como entrar e/ou executar no MATLAB

Para entrar e/ou executar no MATLAB deve pressionar o botão esquerdo do *mouse* em cima do ícone do MATLAB.

Uma vez iniciado o MATLAB, aparecerá uma janela de comandos na qual pode inserir os comandos assim que apareça o “prompt” padrão (>>) e a palavra “Ready” no canto esquerdo superior e inferior, respectivamente como mostra a Figura C.1.

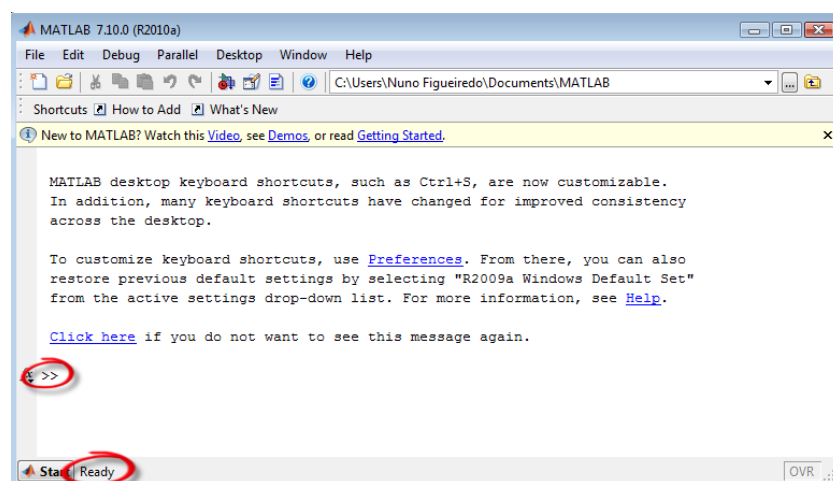


Figura C.1: Janela de comandos do MATLAB.

Para aceder ao programa em questão, escolha File na barra de menu. Dentro do menu File escolha Open e selecione **woodstructure**. A partir deste ponto, o MATLAB espera um comando do usuário. Todo comando deve ser finalizado teclando **Enter**.

Capítulo C. Modo de Utilização do Programa

O passo seguinte consiste na introdução das variáveis de entrada, de forma a obter os resultados do programa.

Como introduzir as variáveis de entrada

Os nomes das variáveis predefinidas do programa são:

```
b, h, l, delta, mu_pp, sigma_pp, mu_rcp, sigma_rcp, E_neve,  
V_neve, E_fm, V_fm, kmod, n, hip_correlacao
```

que correspondem respectivamente: à base da secção transversal (em mm), à altura da secção transversal (em mm), ao comprimento dos elementos de viga (em m) (*), aos apoios estruturais (**), à média do peso próprio, ao desvio padrão do peso próprio, à média das RCP, ao desvio padrão das RCP, à média da neve, ao desvio padrão da neve, à média da tensão resistente, ao desvio padrão da tensão resistente, ao coeficiente de forma, ao número de simulações e, por fim, à hipótese de correlação.

(*) Considera que cada vão compreendido entre apoios estruturais contém dois elementos finitos. (**) Admite que cada nó estrutural apresenta dois graus de liberdade (deslocamento vertical e deslocamento angular).

Para atribuir os valores às variáveis predefinidas basta digitar directamente no “prompt” (>>) do MATLAB. Por exemplo:

```
>> mu_pp=3.8, sigma_pp=0.38, E_neve=0,688, V_neve=0.12,  
kmod=1.1, n=10^5, hip_correlacao=2
```

Observe que o sinal de igual (=) significa atribuição.

Os elementos do vector coluna L são separados por ponto e vírgula como, por exemplo:

```
>> l=[3;3;3;3]  
  
l=  
  
     3  
     3  
     3  
     3
```

Este vector coluna pode, também, ser criado a partir de um vector linha, acompanhado do símbolo ('), que é o operador de transposição:

```
>> l=[3,3,3,3]'
```

Pressionando <enter> o MATLAB mostra o resultado.

```
l=
```

```
3
3
3
3
```

As variáveis podem ser redefinidas a qualquer momento, bastando para isso atribuir-lhes um novo valor.

```
>> mu_pp = 4.2
```

```
mu_pp =
```

```
4.2
```

Para conhecer todas as variáveis que já foram armazenadas na área de trabalho do MATLAB, execute:

```
>> who
```

O resultado da pesquisa surge num formato de lista das variáveis.

```
Your variables are:
```

```
mu_pp      sigma_pp    E_neve      V_neve
kmod       n          hip_correlacao  l
```

Em qualquer momento, é possível conhecer o valor que está atribuído a cada variável, basta simplesmente digitalizar no “prompt” o seu nome.

```
>> mu_pp
mu_pp=
    3.8
```

As variáveis no espaço de trabalho podem ser removidas incondicionalmente usando o comando `clear`. Por exemplo, o comando:

```
>> clear mu_pp
```

remove a variável `mupp`.

O comando `CLC` limpa a janela de comandos e coloca o cursor na posição inicial.

Comandos que foram dados anteriormente podem ser obtidos novamente usando as teclas \uparrow e \downarrow . Por exemplo, pressionando a tecla \uparrow uma vez obtêm-se o último comando digitado no “prompt”. Pressionando repetidamente a tecla \uparrow obtêm-se os comandos digitados anteriormente, um de cada vez na direção para trás. Analogamente, pressionando-se a tecla \downarrow mas na direção para frente. Em qualquer momento, as teclas \leftarrow , \rightarrow podem ser usadas para se mover o cursor dentro de um comando, no “prompt”. Desta forma um comando pode ser corrigido, além das teclas **Delete** e **Backspace**.

Como executar o programa

Para aceder ao programa basta escrever: *Nome-da-Função (variáveis de entrada)*

```
plataforma(h,b,l,delta,mu_pp,sigma_pp,mu_rcp,sigma_rcp,E_neve,
V_neve,E_fm,V_fm,kmod,n,hip_correlacao)
```

Pressionando a tecla **Enter**, o MATLAB responde com as soluções de acordo com os valores escolhidos para as variáveis.

Opções de formato numérico

O formato em que uma constante numérica é mostrada no MATLAB segue, como opção *default*, os seguintes critérios: se um resultado é inteiro, o MATLAB mostra o número como inteiro; quando o resultado é real, o MATLAB mostra o número com 4 dígitos à direita do ponto decimal; se os dígitos do resultado estiverem fora desta faixa, o MATLAB mostra o resultado usando a notação científica. Este *default* pode ser modificado, basta recorrer

ao **Numeric Format** do item **Options** na barra de menus, para escolher outros formatos numéricos:

```
format short      format long      format rat
```

O primeiro formato exibe 5 dígitos, o segundo exibe 16 dígitos e o último exibe formato racional.

Como interpretar os dados de saída

Os dados de saída do programa englobam o comprimento médio de falha para o número de simulações escolhido, a probabilidade de falha, o índice de fiabilidade (titulado de beta), o risco e, ainda, o erro.

```
comp_rotura_medio    pf      beta      risco      erro
```

É, ainda, devolvido um gráfico que ilustra no eixo das abcissas o comprimento do primeiro elemento de madre e sucessivos comprimentos, sempre com o acréscimo de um elemento de madre, e no eixo das ordenadas o número de simulações onde se verificou o respectivo comprimento de colapso, como, por exemplo:

